



САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
SAMARA UNIVERSITY

Институт ракетно-космической техники
Межвузовская кафедра космических исследований
Выпускная квалификационная работа магистра:

**Стратегия импульсного
маневрирования для поддержания
квазипериодического
инспекционного движения
наноспутника SamSat-M**

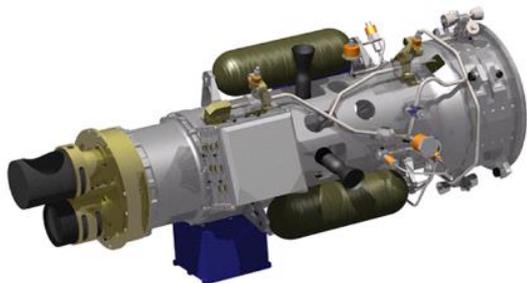
Обучающийся группы 1233М-240401Д
Халецкая Елена Владимировна
Руководитель ВКР:
д.т.н., проф.
Белоконов Игорь Витальевич

Самара 2021

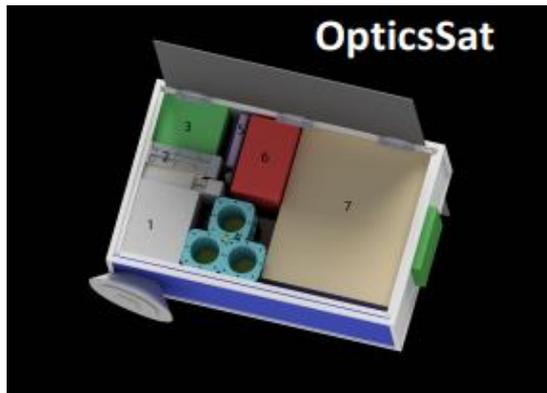


Под *групповым полётом* космических аппаратов понимается движение не менее двух КА, при котором они работают совместно над выполнением одной и той же задачи, находясь в зоне прямой радиовидимости.

Микроспутник «XSS-10»



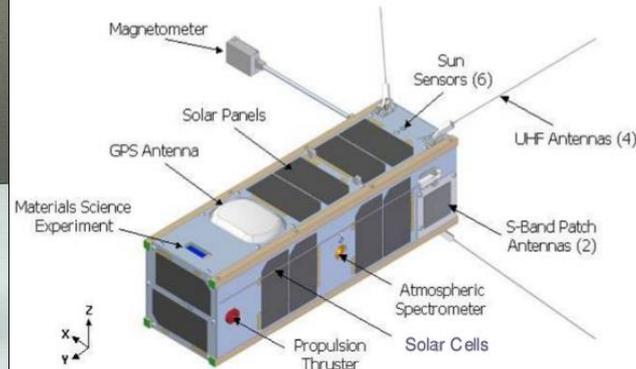
Virtual Telescope for X-Ray Observations (NASA)



DICE-1 and DICE-2



CanX-4, CanX-5 (University of Toronto)



Частным случаем группового полёта является *инспекционное движение* – периодически повторяющийся облёт одного КА другим с целью наблюдения, фотографирования, оценки его формы или других качеств. Поскольку для инспекционного движения имеет значение взаимное расположение КА, важным является вопрос выбора стратегии его поддержания. Стратегия, в свою очередь, зависит от характеристик двигательной установки.



ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

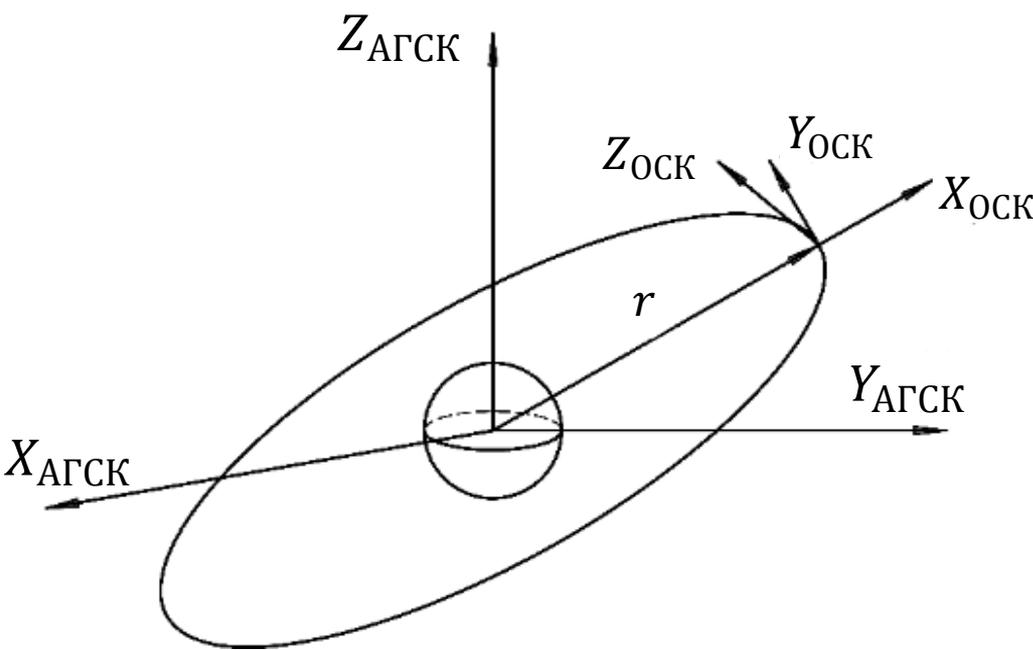
№	НАЗВАНИЕ	АВТОР	ОСОБЕННОСТИ
1	Relative Motion Between Elliptic Orbits: Generalized Boundedness Conditions and Optimal Formationkeeping	Gurfil P.	Получены выражения для выбора начальных условий движения при которых реализуется замкнутая относительная траектория при движении космических аппаратов в центральном поле притяжения и наличии эксцентриситета у орбиты опорного КА.
2	Satellite Formation Design and Optimal Stationkeeping Considering Nonlinearity and Eccentricity	Jian-jun Xing, Guo-jin Tang, Xiao-ning Xi, Hai-yang Li	Получено выражение для одноимпульсной коррекции инспекционной траектории при движении по орбитам малой эллиптичности в центральном поле притяжения.
3	Выбор начальных условий движения, обеспечивающих техническую устойчивость группового полёта космических аппаратов	Белоконов И. В., Щербаков М. С.	Рассмотрено влияние начальных условий группового движения на устойчивость инспекционного движения при учёте влияния второй зональной гармоники.
4	Autonomous Formation Flying in Low Earth Orbit	D'Amico S.	Рассмотрено влияние погрешностей относительного положения, полученного с помощью GPS на пассивное инспекционное движение, поддержание конфигурации с помощью одноимпульсных и двухимпульсных манёвров.
	Данная работа		Производится исследование движения по инспекционной траектории в условиях действия второй зональной гармоники потенциала притяжения Земли с учётом погрешностей формирования начальных условий движения и анализ возможности применения одноимпульсного маневрирования для поддержания квазипериодического движения наноспутником SamSat-M.



Целью работы является формирование стратегии одноимпульсного маневрирования наноспутника SamSat-M для поддержания квазипериодического инспекционного движения в условиях действия второй зональной гармоники поля притяжения Земли при учёте погрешностей формирования начальной орбитальной структуры.

Задачи:

1. Разработать алгоритм моделирования относительного движения двух КА в нормальном поле притяжения.
2. Исследовать квазипериодическое инспекционное движение в условиях действия второй зональной гармоники разложения потенциала притяжения Земли.
3. Исследовать влияние погрешности формирования начальных условий движения на инспекционное движение в условиях действия второй зональной гармоники.
4. Разработать алгоритм одноимпульсного маневрирования и исследовать его эффективность в вероятностной постановке.
5. Сформировать требования к двигательной установке наноспутника SamSat-M для проведения технологической демонстрации реализации инспекционного движения.

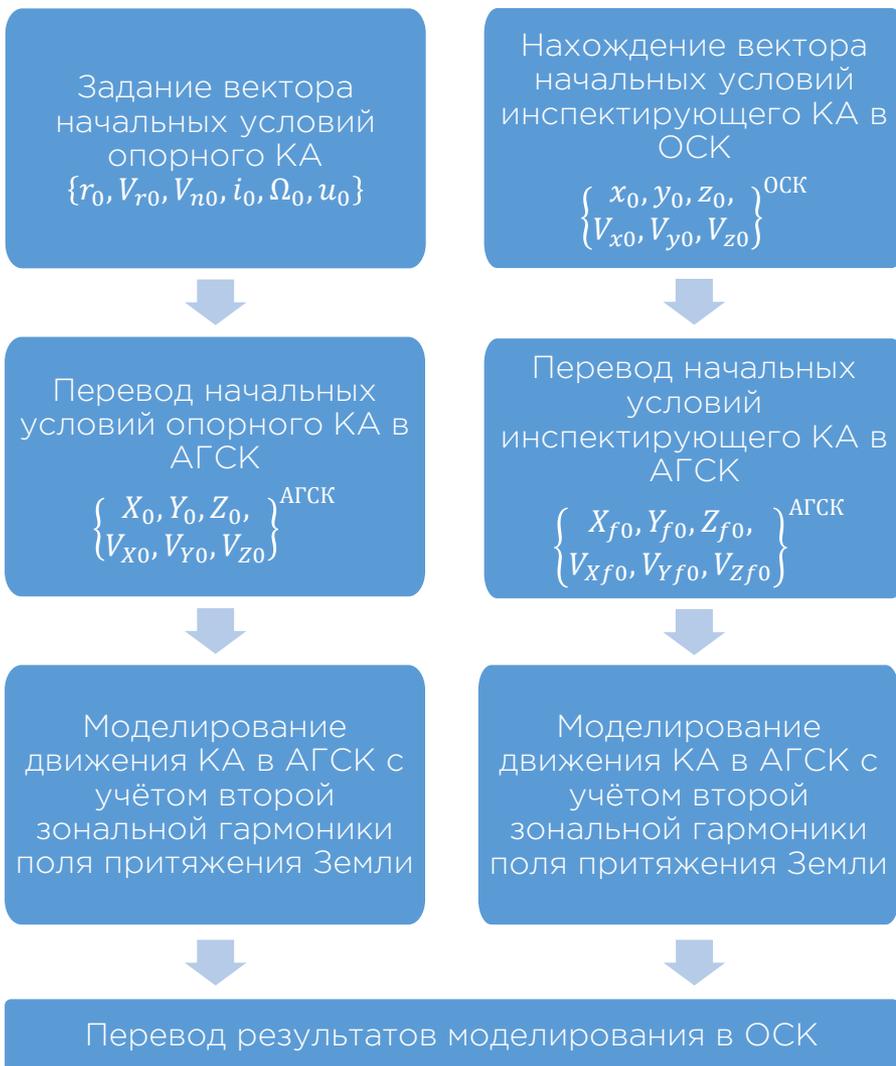


$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{X} = V_X; \\ \dot{Y} = V_Y; \\ \dot{Z} = V_Z; \\ \dot{V}_X = -\frac{\mu}{r^3}X + \frac{3}{2}J_{20}\frac{\mu}{r^2}\left(\frac{R_3}{r}\right)^2\left(5\frac{Z^2}{r^2} - 1\right)\frac{X}{r}; \\ \dot{V}_Y = -\frac{\mu}{r^3}Y + \frac{3}{2}J_{20}\frac{\mu}{r^2}\left(\frac{R_3}{r}\right)^2\left(5\frac{Z^2}{r^2} - 1\right)\frac{Y}{r}; \\ \dot{V}_Z = -\frac{\mu}{r^3}Z + \frac{3}{2}J_{20}\frac{\mu}{r^2}\left(\frac{R_3}{r}\right)^2\left(5\frac{Z^2}{r^2} - 3\right)\frac{Z}{r}, \end{array} \right.$$

где r - радиус-вектор КА;
 $\mu = 398600 \text{ км}^3\text{с}^{-2}$ - гравитационный параметр Земли;
 $J_{20} = -1098,08 \cdot 10^{-6}$ - коэффициент второй зональной гармоники разложения потенциала притяжения Земли;
 $R_3 = 6378,245 \text{ км}$ - экваториальный радиус Земли



МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ



$$\begin{cases} \dot{X} = V_X; \\ \dot{Y} = V_Y; \\ \dot{Z} = V_Z; \\ \dot{V}_X = -\frac{\mu}{r^3}X + \frac{3}{2}J_{20}\frac{\mu}{r^2}\left(\frac{R_3}{r}\right)^2\left(5\frac{Z^2}{r^2} - 1\right)\frac{X}{r}; \\ \dot{V}_Y = -\frac{\mu}{r^3}Y + \frac{3}{2}J_{20}\frac{\mu}{r^2}\left(\frac{R_3}{r}\right)^2\left(5\frac{Z^2}{r^2} - 1\right)\frac{Y}{r}; \\ \dot{V}_Z = -\frac{\mu}{r^3}Z + \frac{3}{2}J_{20}\frac{\mu}{r^2}\left(\frac{R_3}{r}\right)^2\left(5\frac{Z^2}{r^2} - 3\right)\frac{Z}{r}, \end{cases}$$

где r - радиус-вектор КА;
 $\mu = 398600 \text{ км}^3\text{с}^{-2}$ - гравитационный параметр Земли;
 $J_{20} = -1098,08 \cdot 10^{-6}$ - коэффициент второй зональной гармоники разложения потенциала притяжения Земли;
 $R_3 = 6378,245 \text{ км}$ - экваториальный радиус Земли



МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЛИПСОВ ИНСПЕКЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ

Начальные условия
для эллипса Хилла:

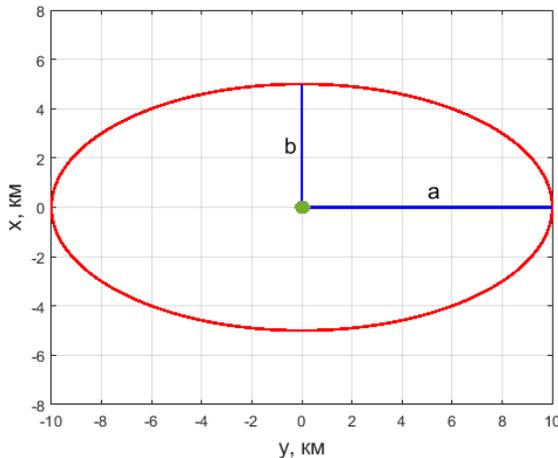
$$x_f(0) = x_{f0};$$

$$y_f(0) = y_{f0};$$

$$V_{xf}(0) = \frac{y_{f0}\omega_0}{2};$$

$$V_{yf}(0) = -2x_{f0}\omega_0.$$

Эллипс Хилла
 $a = 2x_{f0}; b = x_{f0};$



Начальные условия
для модифицированного эллипса Хилла:

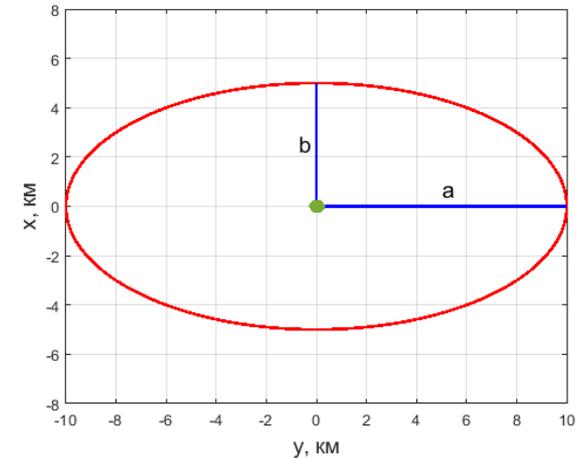
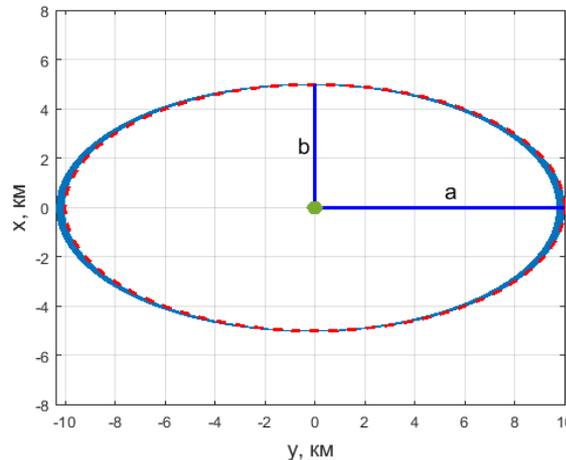
$$x_f(0) = x_{f0};$$

$$y_f(0) = 0;$$

$$V_{xf}(0) = 0;$$

$$V_{yf}(0) = -\omega_0(r_0 + x_{f0}) + \sqrt{\omega_0^2(r_0 + x_{f0})^2 - \sqrt{\left[(V_{xf0} - \omega_0 y_{f0})^2 + \omega_0^2 x_{f0}(2r_0 + x_{f0}) + 2 \left(\frac{\mu}{r_0} - \frac{\mu}{\sqrt{(r_0 + x_{f0})^2 + y_{f0}^2}} \right) \right]^2}}.$$

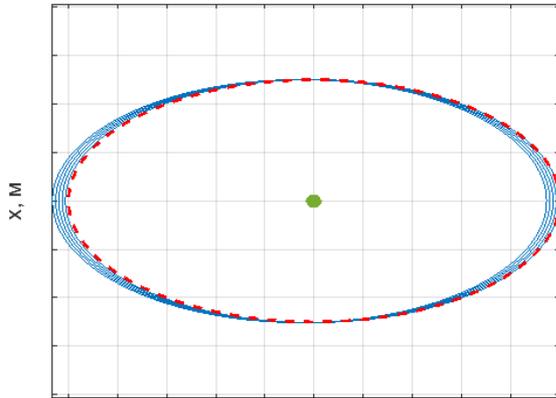
Модифицированный эллипс Хилла
 $a_m = 2x_{f0}; b_m = x_{f0};$



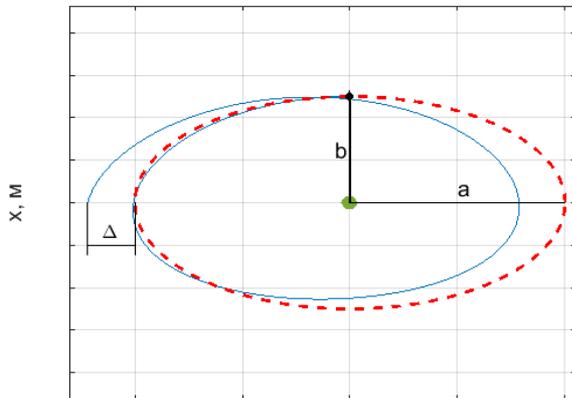


МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКОГО ИНСПЕКЦИОННОГО ЭЛЛИПСА

$$q_0 = [x_{f0}; 0; 0; 0; V_{vf0}; 0];$$



y, м

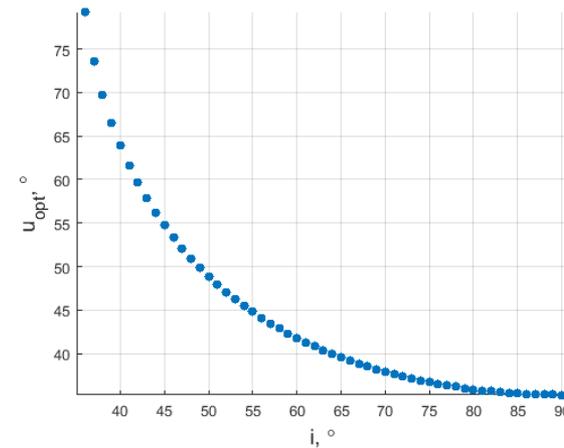


y, м

Время технической устойчивости* $T_{уст}$:

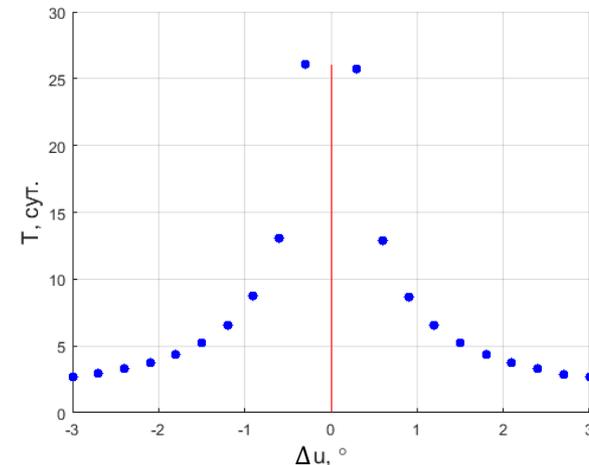
$$\Delta \leq 0,05 \cdot a.$$

$$u_{opt} = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{3} \cdot \sin i}\right);^{**}$$



Влияние погрешности в задании аргумента широты

$$i = 51,6^\circ; u_{opt} = 47,43^\circ; H = 500 \text{ км}; e = 0;$$



* Красовский А.А. Основы автоматики и технической кибернетики.

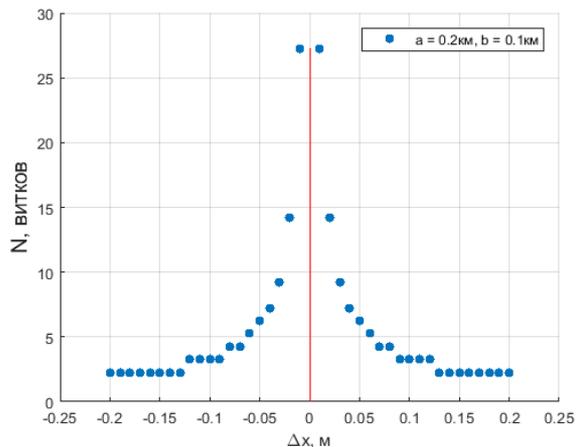
** Механика космического полета под ред. В.П. Мишина.



ВЛИЯНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ НАЧАЛЬНОГО ОТНОСИТЕЛЬНОГО ПОЛОЖЕНИЯ КА-ИНСПЕКТОРА

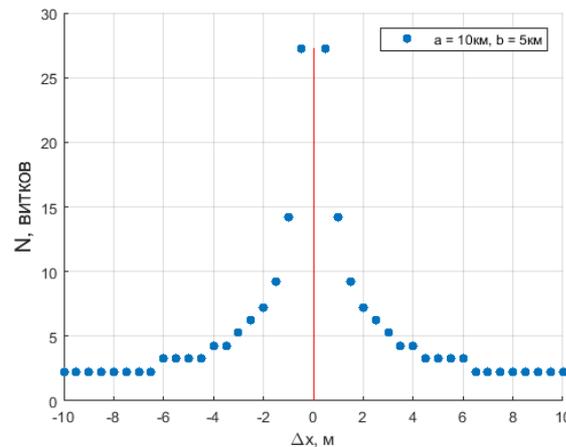
Пример влияния погрешности в задании координаты x_{f0} .

$a = 0,2\text{км}; b = 0,1\text{км};$



$i = 51,6^\circ;$
 $H = 500\text{ км};$
 $e = 0;$

$a = 10\text{км}; b = 5\text{км};$

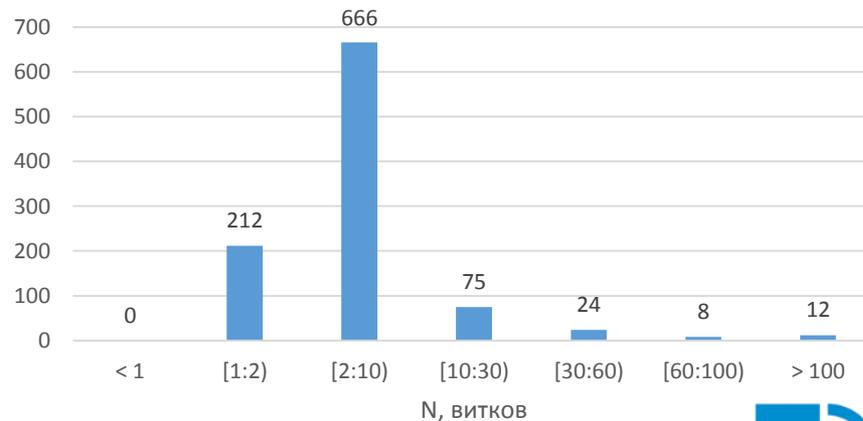
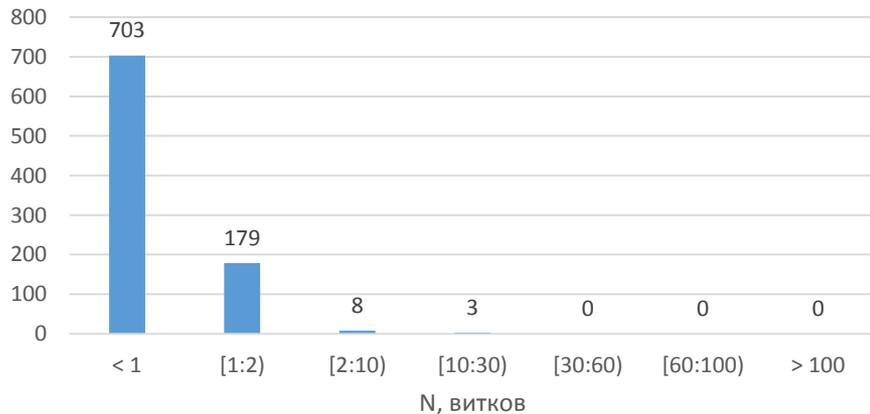


Вероятностный анализ влияния погрешностей в задании проекций x_{f0} и y_{f0} .

$$\begin{aligned} M[x_{f0}] &= b = 100\text{ м}; \sigma[x_{f0}] = 10\text{ м}; \\ M[y_{f0}] &= 0\text{ м}; \sigma[y_{f0}] = 10\text{ м}; \end{aligned}$$

$$N_{\text{мод}} = 1000;$$

$$\begin{aligned} M[x_{f0}] &= b = 5000\text{ м}; \sigma[x_{f0}] = 10\text{ м}; \\ M[y_{f0}] &= 0\text{ м}; \sigma[y_{f0}] = 10\text{ м}; \end{aligned}$$

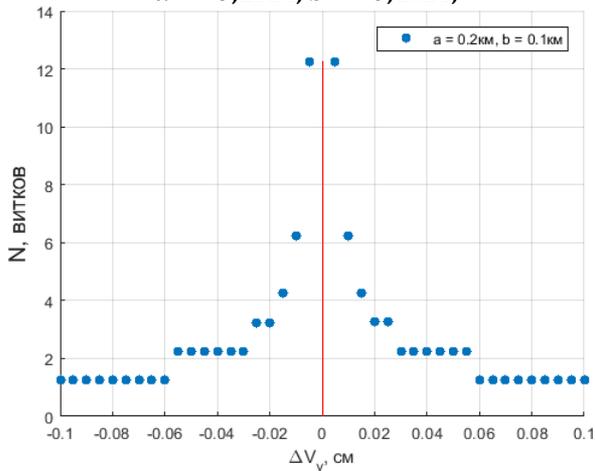




ВЛИЯНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ НАЧАЛЬНОЙ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ СКОРОСТИ КА-ИНСПЕКТОРА

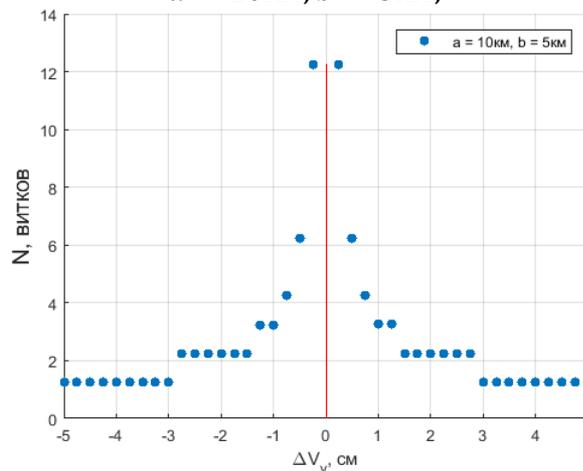
Пример влияния погрешности в задании проекции скорости V_{xf0} .

$a = 0,2\text{км}; b = 0,1\text{км};$



$i = 51,6^\circ;$
 $H = 500\text{ км};$
 $e = 0;$

$a = 10\text{км}; b = 5\text{км};$

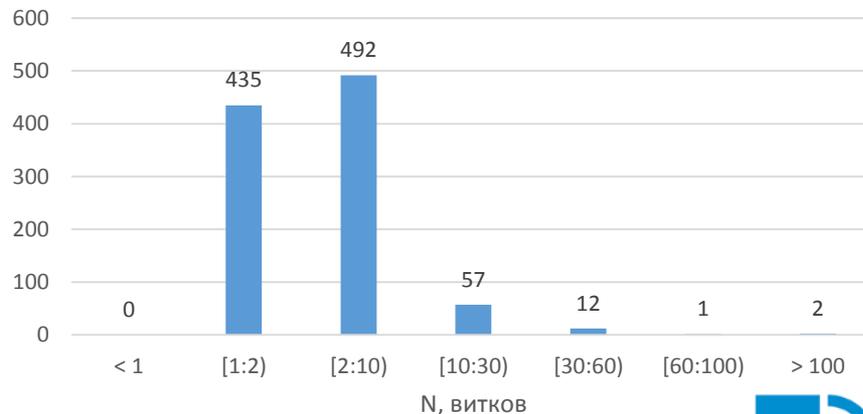
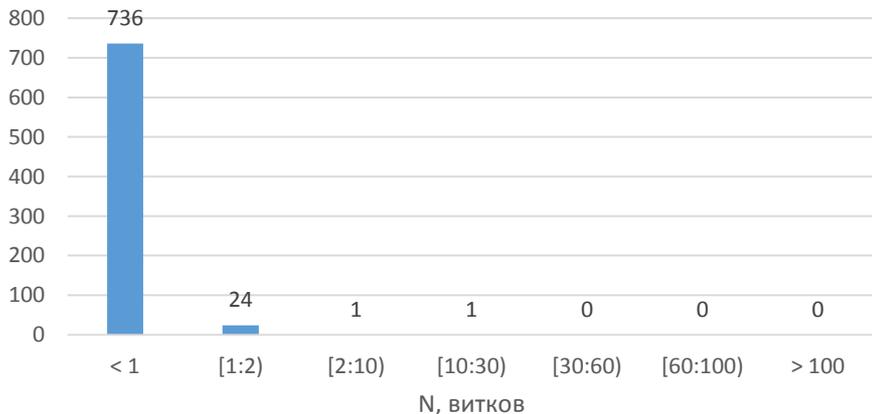


Вероятностный анализ влияния погрешностей в задании проекций V_{xf0} и V_{yf0} .

$M[V_{xf0}] = 0\text{ м/с}; \quad \sigma[V_{xf0}] = 0,033\text{ м/с};$
 $M[V_{yf0}] = -0,2217\text{ м/с}; \quad \sigma[V_{yf0}] = 0,033\text{ м/с};$

$N_{\text{мод}} = 1000;$

$M[V_{xf0}] = 0\text{ м/с}; \quad \sigma[V_{xf0}] = 0,033\text{ м/с};$
 $M[V_{yf0}] = -11,0831\text{ м/с}; \quad \sigma[V_{yf0}] = 0,033\text{ м/с};$





ЗАДАЧА КОРРЕКЦИИ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ С УЧЁТОМ ПОГРЕШНОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ НАЧАЛЬНОЙ ОРБИТАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

Принято, что все начальные условия инспекционного движения (аргумент широты опорного КА, относительное положение инспектирующего КА, скорость инспектирующего КА), влияющие на техническую устойчивость, распределены по нормальным законам.

	M	σ
x_0	5 км	10 м
y_0	0 км	10 м
V_{x0}	0 м/с	0,033 м/с
V_{y0}	-11,083 м/с	0,033 м/с
u_0	47,4255°	0,0017°

Исходные данные, для которых проводится моделирование:

$H = 500$ км - высота орбиты опорного КА;

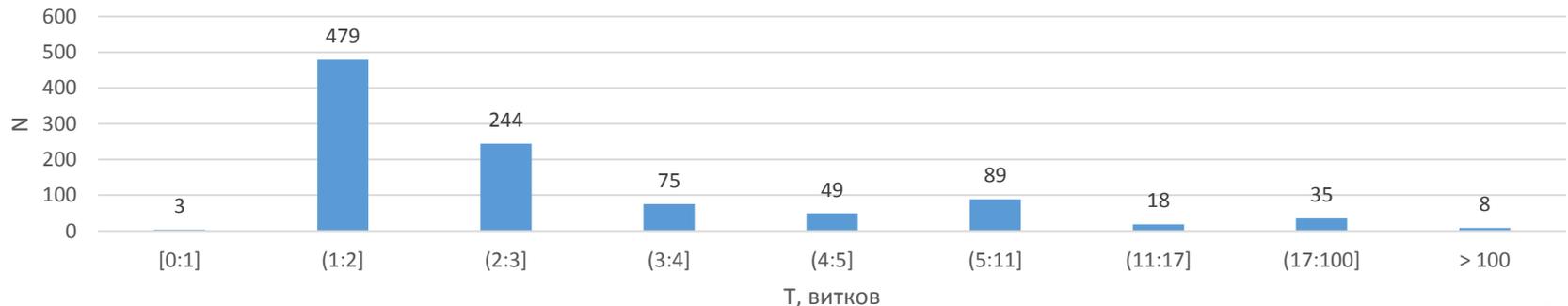
$e = 0$ - орбита опорного КА круговая;

$i = 51,6^\circ$ - наклонение орбиты;

$N = 1000$ - количество моделирований;

$T = 1$ мес. - интервал времени моделирования движения.

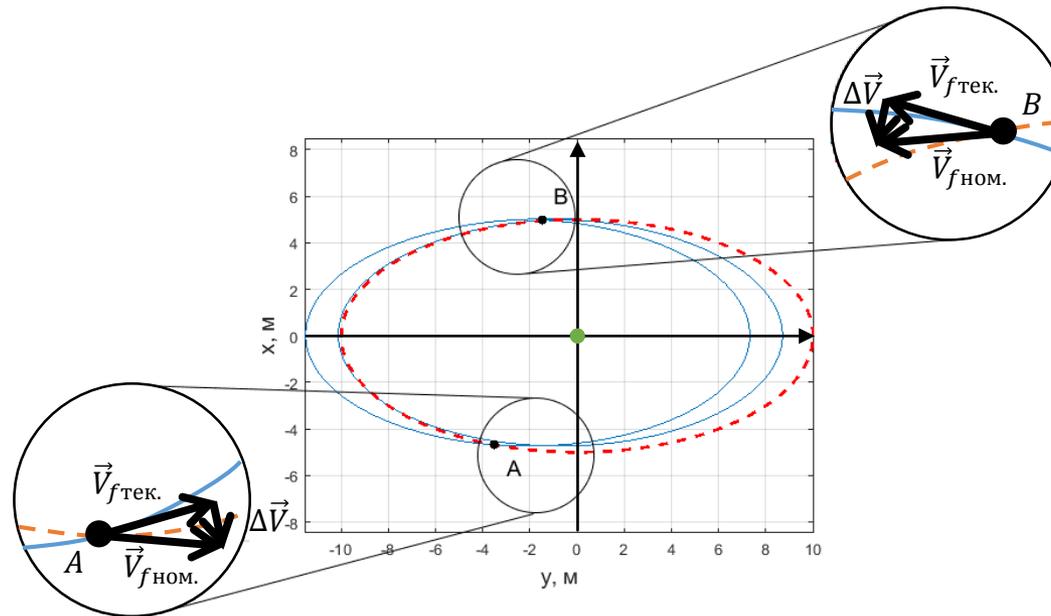
Время технической устойчивости





АЛГОРИТМ ОДНОИМПУЛЬСНОЙ КОРРЕКЦИИ

Одноимпульсная коррекция относительного движения для поддержания выбранного квазипериодического эллипса Хилла



1

• Нарушение технической устойчивости

2

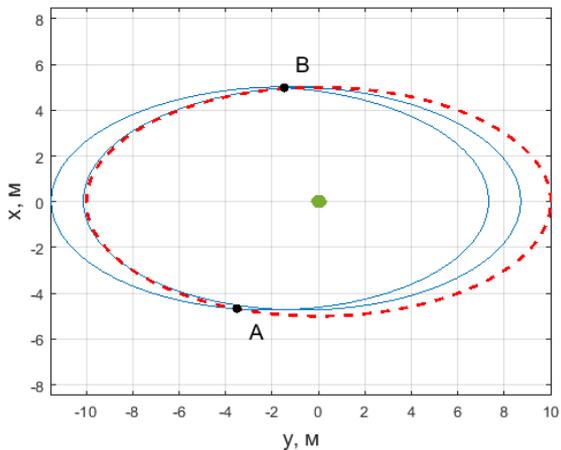
• Пересечение возмущённой и номинальной траектории

3

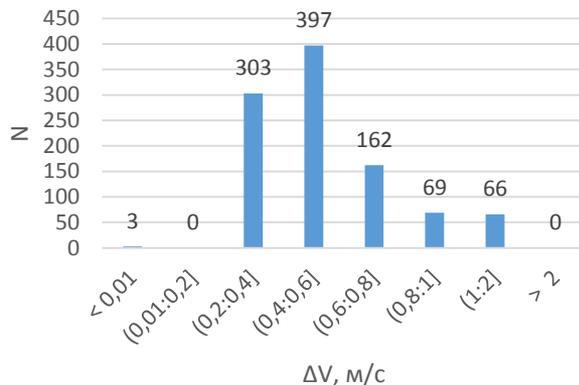
• Выдача корректирующего импульса для возвращения к номинальной траектории



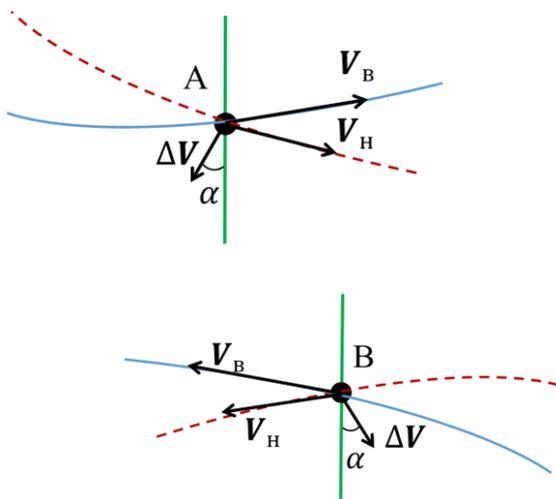
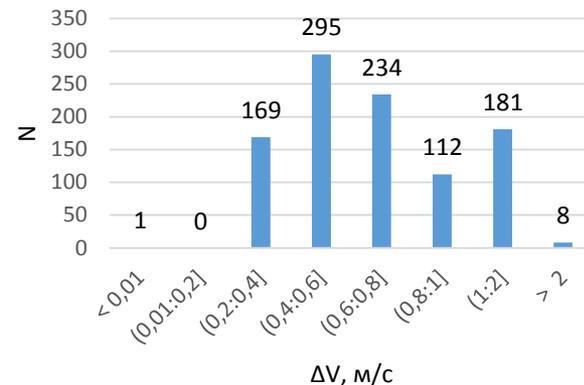
ОДНОИМПУЛЬСНАЯ КОРРЕКЦИЯ ДЛЯ ПОДДЕРЖАНИЯ НОМИНАЛЬНОГО КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ



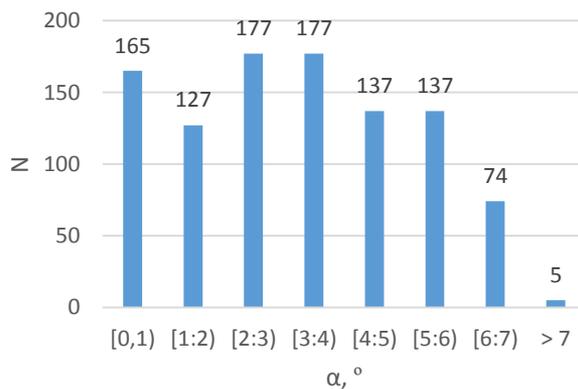
Первый корректирующий импульс в точке A



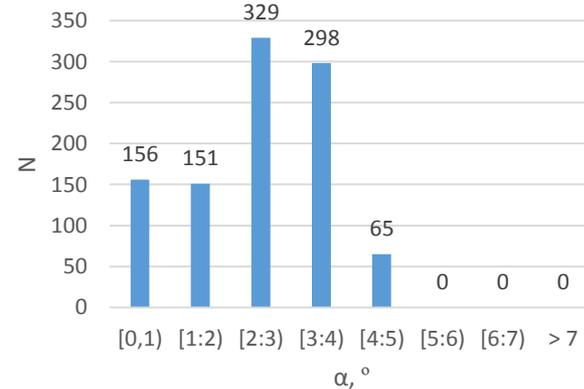
Первый корректирующий импульс в точке B



Угол приложения первого импульса в точке A



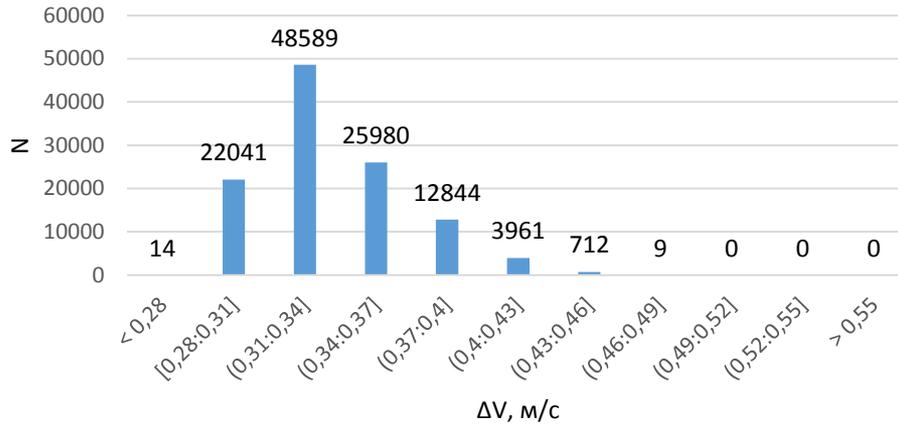
Угол приложения первого импульса в точке B



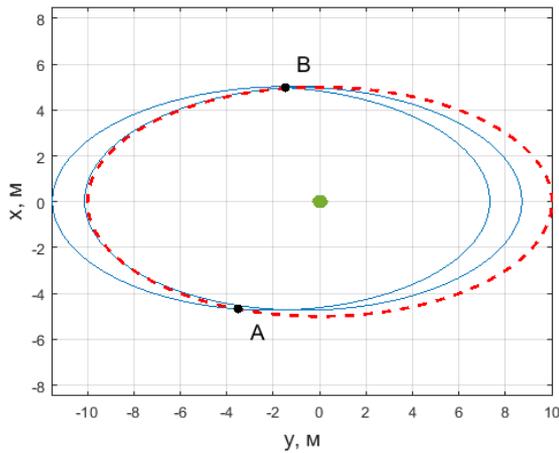
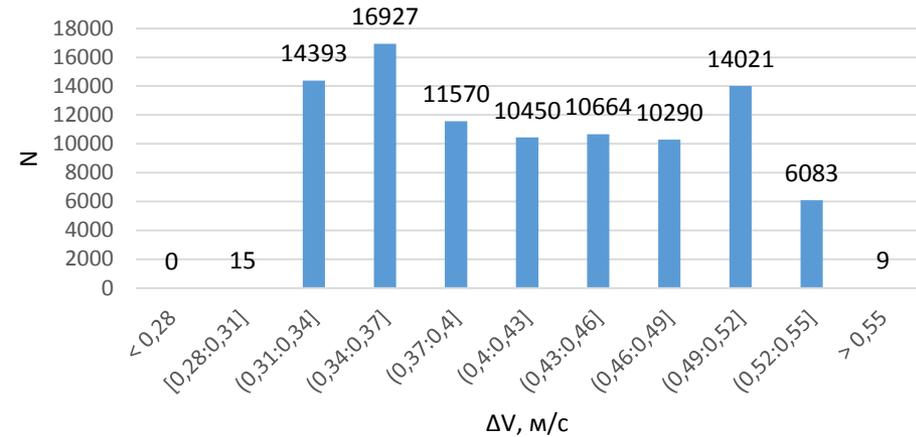


ОДНОИМПУЛЬСНАЯ КОРРЕКЦИЯ ДЛЯ ПОДДЕРЖАНИЯ НОМИНАЛЬНОГО КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ

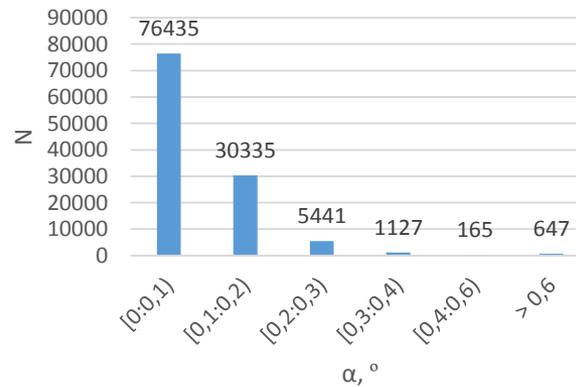
Последующие импульсы в точке А



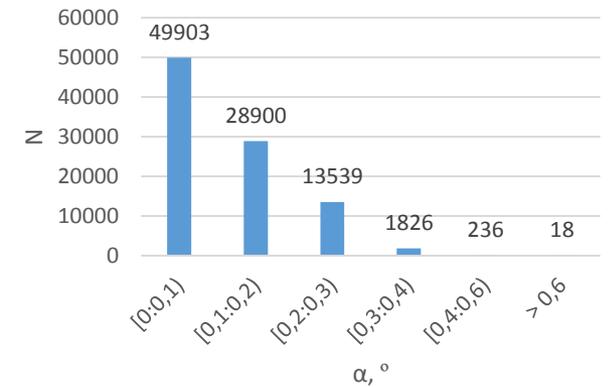
Последующие импульсы в точке В



Угол приложения последующих импульсов в точке А



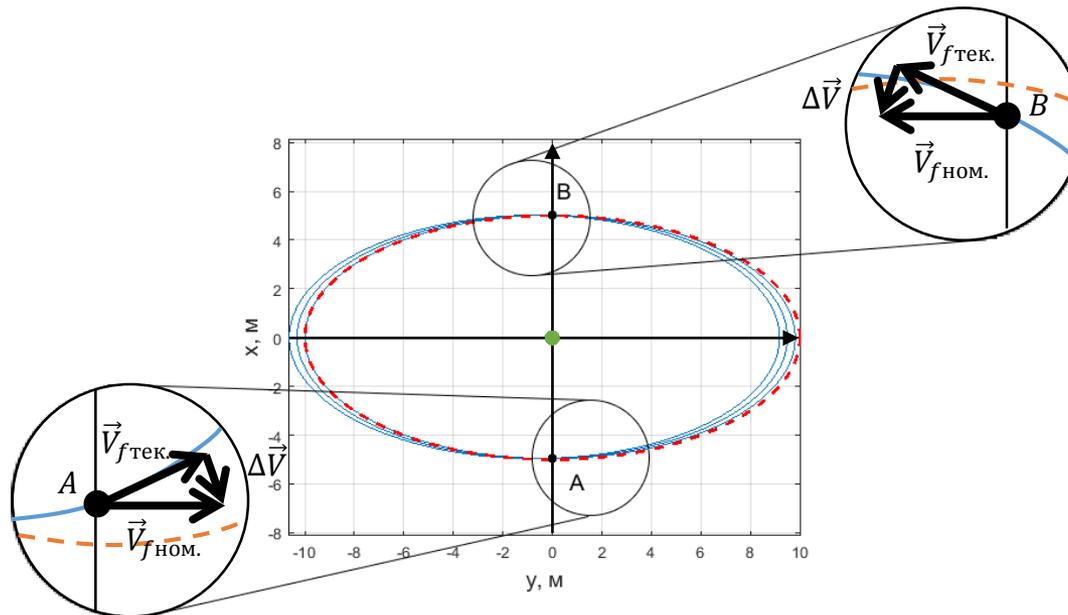
Угол приложения последующих импульсов в точке В





АЛГОРИТМ ОДНОИМПУЛЬСНОЙ КОРРЕКЦИИ

Одноимпульсная коррекция относительного движения для поддержания адаптивного квазипериодического инспекционного движения



1

• Нарушение технической устойчивости

2

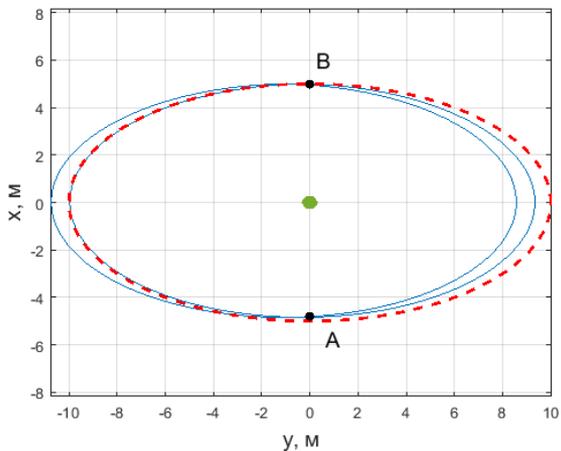
• Пересечение возмущённой траектории с осью OX

3

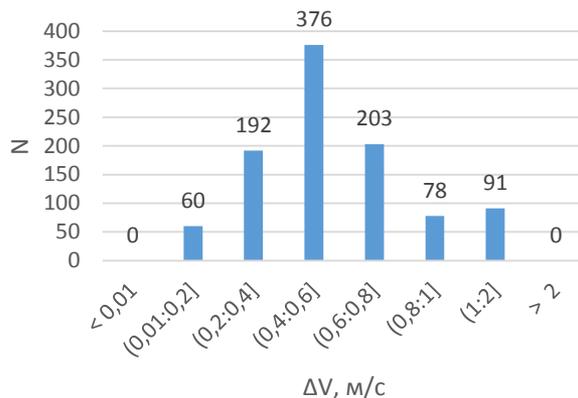
• Выдача корректирующего импульса для перехода к текущему квазипериодическому инспекционному эллипсу



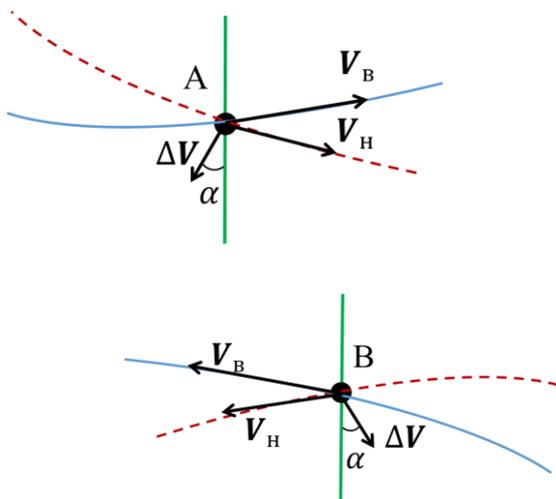
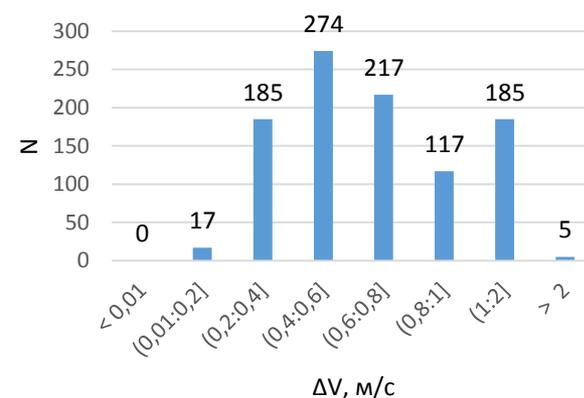
ОДНОИМПУЛЬСНАЯ КОРРЕКЦИЯ ДЛЯ ПОДДЕРЖАНИЯ АДАПТИВНОГО КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ



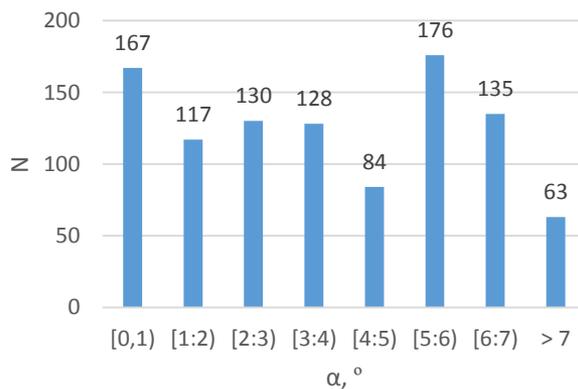
Первый корректирующий импульс в точке A



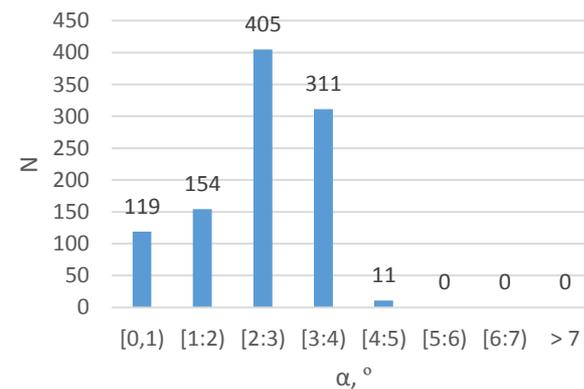
Первый корректирующий импульс в точке B



Угол приложения первого импульса в точке A



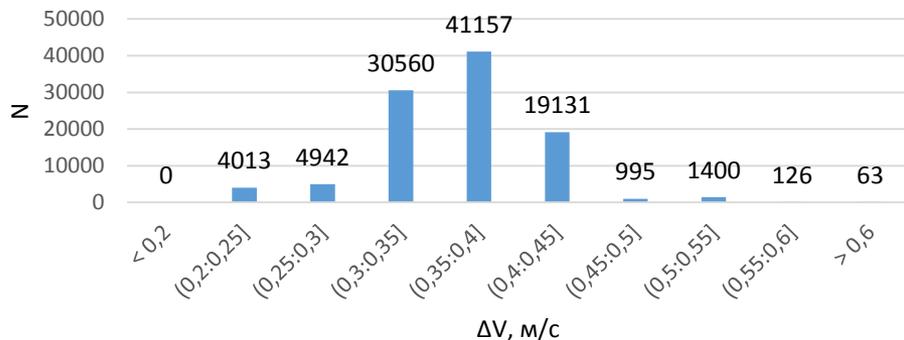
Угол приложения первого импульса в точке B



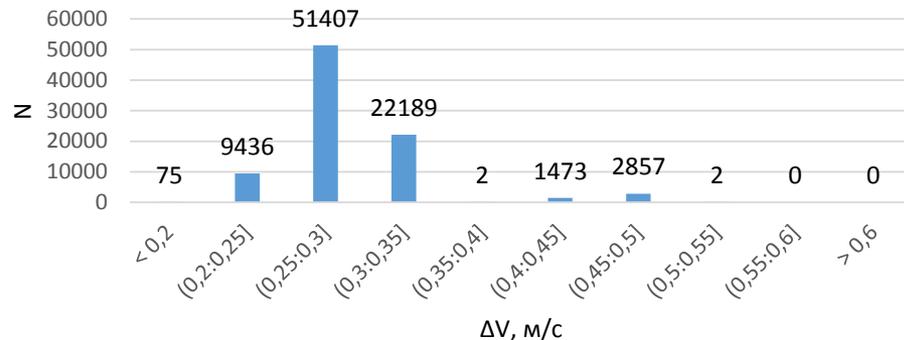


ОДНОИМПУЛЬСНАЯ КОРРЕКЦИЯ ДЛЯ ПОДДЕРЖАНИЯ АДАПТИВНОГО КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ

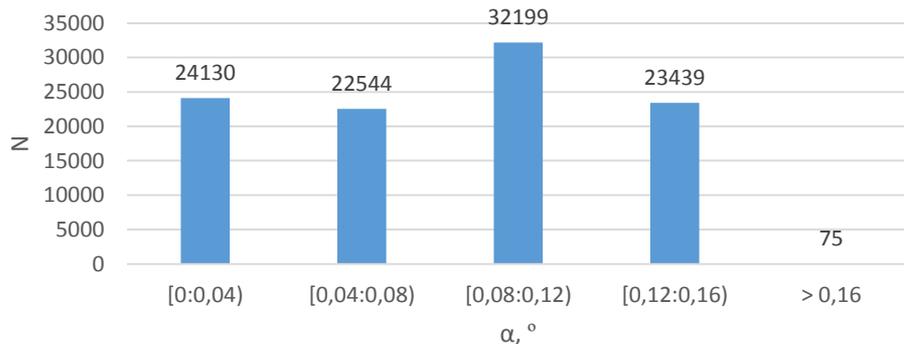
Последующие импульсы в точке А



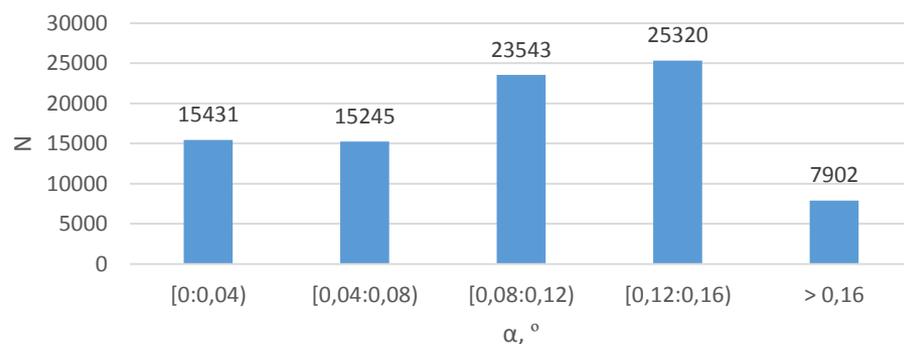
Последующие импульсы в точке В



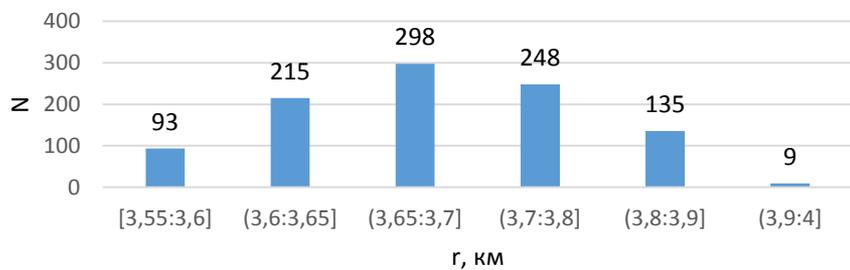
Угол приложения последующих импульсов в точке А



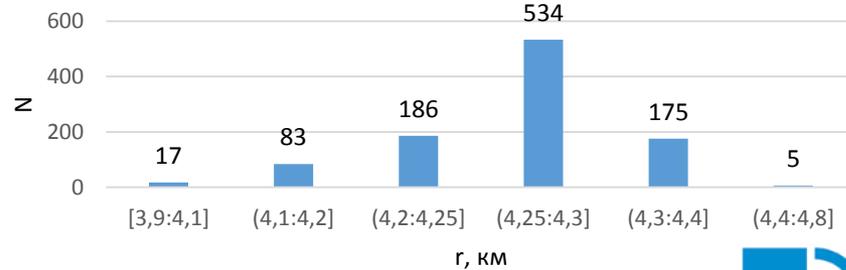
Угол приложения последующих импульсов в точке В



Уменьшение эллипса при коррекции в точке А



Уменьшение эллипса при коррекции в точке В





СРАВНЕНИЕ ПОДХОДОВ К ОДНОИМПУЛЬСНОЙ КОРРЕКЦИИ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКОГО ИНСПЕКЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ

Поддержание выбранного квазипериодического эллипса Хилла

1 вариант	$M[T_{\text{имп}}]$, вит.	$\sigma[T_{\text{имп}}]$, вит.	$M[\Sigma\Delta V]$, м/с	$\sigma[\Sigma\Delta V]$, м/с	$M[\Delta V]$, м/с	$\sigma[\Delta V]$, м/с
точка А	3,688	0,22	38,74	2,6	0,337	0,019
точка В	4,03	0,135	40,18	2	0,42	0,014

Поддержание адаптивного квазипериодического инспекционного движения

2 вариант	$M[T_{\text{имп}}]$, вит.	$\sigma[T_{\text{имп}}]$, вит.	$M[\Sigma\Delta V]$, м/с	$\sigma[\Sigma\Delta V]$, м/с	$M[\Delta V]$, м/с	$\sigma[\Delta V]$, м/с
точка А	4,46	0,63	37,48	5,2	0,362	0,0083
точка В	5,11	0,1132	26,25	1,09	0,297	0,0025

Проведённое исследование применительно к первому подходу показало преимущество проведения коррекции траектории в точке А, т.к. суммарные затраты характеристической скорости и величина импульса в ней меньше чем в точке В.

Применительно ко второму подходу коррекции инспекционного движения, суммарные затраты характеристической скорости и величина импульса указывают на целесообразность осуществления коррекции в точке В.



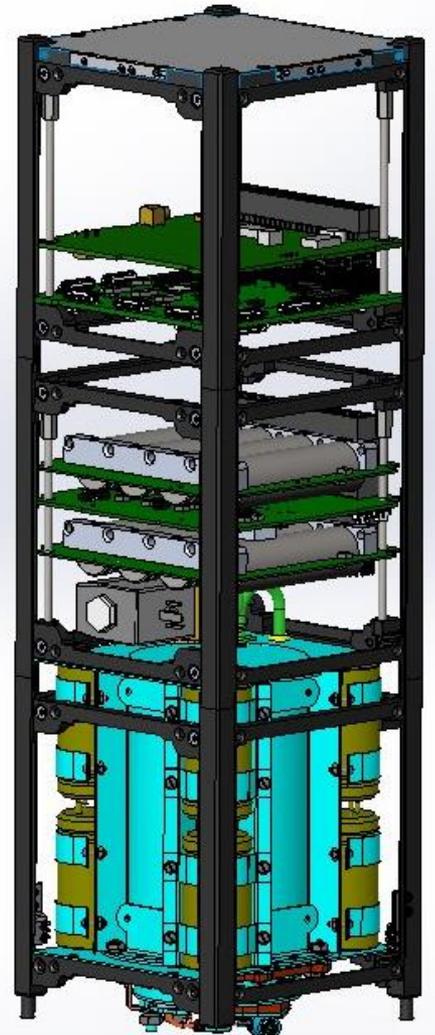
SamSat-M – наноспутник стандарта CubeSat 3U, разрабатываемый на Межвузовской кафедре космических исследований Самарского университета.

На наноспутнике SamSat-M установлена электротермическая двигательная установка, использующая жидкое рабочее тело. Спутник может нести запас характеристической скорости 50 м/с. Величина единичного импульса при этом составляет 0,2 м/с не чаще чем один раз в 2 витка.

Исходные данные:

- $a = 5,10$ км – большая полуось инспекционного эллипса;
- $\Delta t_{\text{имп.}} = 2,3,4$ витка – частота выдачи корректирующих импульсов;
- $\Delta V = 0,2; 0,3; 0,4$ м/с – размер корректирующего импульса.

Спутник SamSat-M должен иметь гравитационную стабилизацию, то есть сопло двигателя должно быть направлено вдоль оси $Ox_{\text{оск}}$. Ввиду малости углов приложения импульса проекция на ось $Oy_{\text{оск}}$ учитываться не будет.

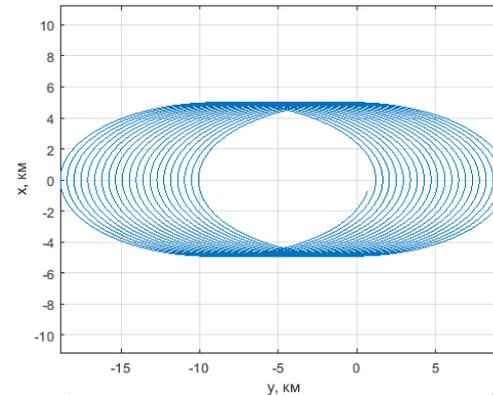




ОЦЕНКА ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ВРЕМЕНИ ПОДДЕРЖАНИЯ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКОГО ИНСПЕКЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ НАНОСПУТНИКА SAMSAT-M ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ЭКСПЕРИМЕНТА В КОСМОСЕ

$\Delta x_0, \text{ м}$	8,331
$\Delta y_0, \text{ м}$	8,057
$\Delta V_{x0}, \text{ м/с}$	0,025
$\Delta V_{y0}, \text{ м/с}$	0,026
$\Delta u_0, ^\circ$	$4,426 \cdot 10^{-4}$

$$i = 51,6^\circ; H = 500 \text{ км}; e = 0; a = 10 \text{ км};$$

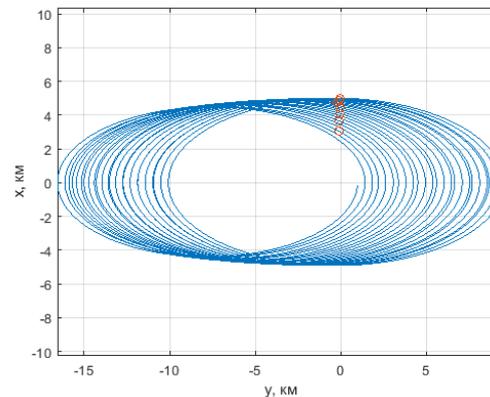


$$\Delta t_{\text{имп.}} = 2 \text{ вит.}$$
$$\Delta V = 0,2 \text{ м/с};$$

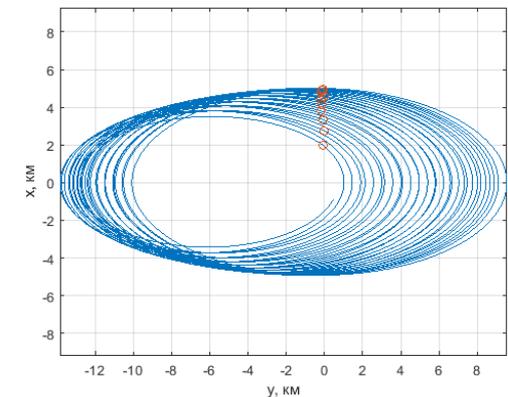
$$T^* = 21 \text{ ВИТОК.}$$

$$\Delta t_{\text{имп.}} = 2 \text{ вит.}$$
$$\Delta V = 0,4 \text{ м/с};$$

Корректировка траектории раз в 2, 3 или 4 витка не всегда приводит к увеличению технической устойчивости. Наиболее продолжительное время полёта было обеспечено при импульсе 0,4 м/с один раз в 2 витка.



$$T^* = 24 \text{ витка.}$$



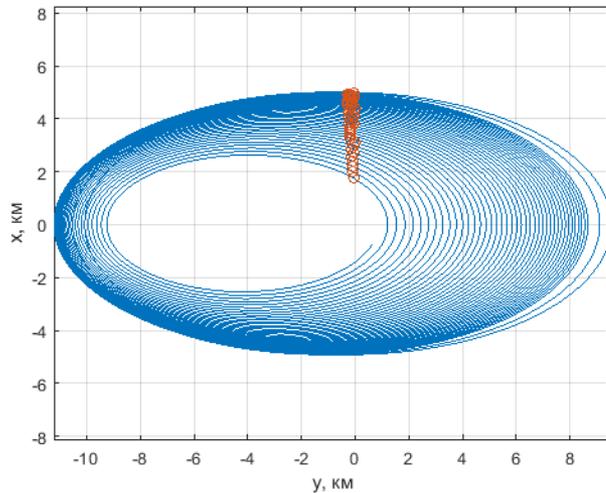
$$T^* = 27,5 \text{ ВИТКОВ.}$$



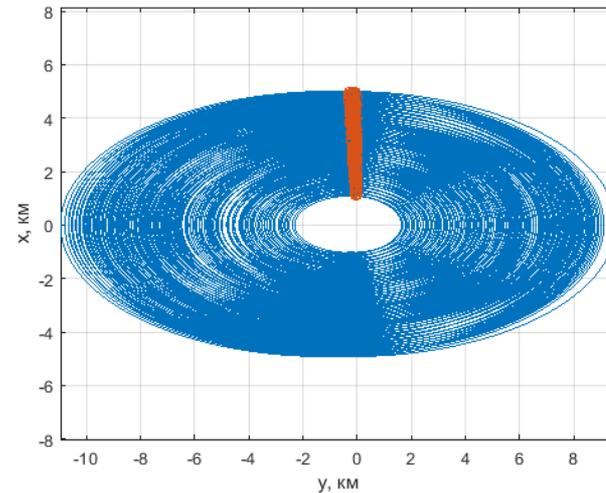
ОЦЕНКА ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ВРЕМЕНИ ПОДДЕРЖАНИЯ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКОГО ИНСПЕКЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ НАНОСПУТНИКА SAMSAT-M ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ЭКСПЕРИМЕНТА В КОСМОСЕ

$$i = 51,6^\circ; H = 500 \text{ км}; e = 0;$$

a , км	ΔV , м/с	$\Sigma \Delta V$, м/с	$N_{\text{корр.}}$	T^* , сут.
5	0,2	3,8	19	1,34
	0,3	14,1	47	3,88
	0,4	19,6	49	4,73
10	0,2	8	40	2,78
	0,3	48	160	13,65
	0,4	63,6	159	16,77



$\Delta V = 0,2 \text{ м/с}; a = 10 \text{ км}; T^* = 2,78 \text{ сут.}$



$\Delta V = 0,3 \text{ м/с}; a = 10 \text{ км}; T^* = 13,65 \text{ сут.}$



ВЫВОДЫ

Задачи, решённые в работе:

1. Изучено влияние второй зональной гармоники разложения потенциала притяжения Земли на квазипериодическое инспекционное движение.
2. Исследовано влияние погрешностей формирования начальной орбитальной структуры на время технической устойчивости инспекционного движения.
3. Выявлена необходимость коррекции инспекционной траектории уже после 1-3 витков полёта.
4. Проведен сравнительный анализ двух подходов к поддержанию квазипериодического движения на основе статистического исследования движения, включающего коррекции. Минимальные затраты характеристической скорости достигаются для второго алгоритма (адаптивный квазипериодический инспекционный эллипс) в т. В.
5. Сделаны выводы о малости углов отклонения корректирующих импульсов относительно местной вертикали, по этой причине проекцией импульса на ось $OY_{оск}$ можно пренебречь и рассматривать радиальное приложение корректирующего импульса.
6. Оценена возможность применения двигательной установки наноспутника SamSat-M для поддержания инспекционного движения с помощью одноимпульсного маневрирования.
7. Рекомендовано для реализации в течение двух недель инспекционной миссии наноспутником SamSat-M модифицировать электротермическую двигательную установку до достижения величины корректирующего импульса $0,3$ м/с на каждом витке, при этом затраты рабочего тела будут соответствовать проектным значениям.

Результаты работы могут быть использованы для анализа и баллистического проектирования космических миссий группового движения, а также как основа для дальнейших исследований, учитывающих аэродинамические возмущения и погрешности формирования корректирующих импульсов.



САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
SAMARA UNIVERSITY

БЛАГОДАРЮ
ЗА ВНИМАНИЕ

ул. Московское шоссе, д. 34, г. Самара, 443086
Тел.: +7 (846) 335-18-26 , факс: +7 (846) 335-18-36
Сайт: www.ssau.ru, e-mail: ssau@ssau.ru