Перспективные фундаментальные и прикладные космические исследования на базе наноспутников

«Управление» пассивной стабилизацией низкоорбитальных наноспутников: основные идеи, возможный подход

И.А. Тимбай

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва

Межвузовская кафедра космических исследований

НИЛ-102

25 июня 2020 года, Самара, Россия

Особенности движения наноспутников на низких орбитах

1. Баллистический коэффициент космического аппарата обратно пропорционален линейному размеру. Для наноспутника формата CubeSat значение баллистического коэффициента больше, чем для спутника с большими размерами (при одинаковой объёмной плотности), что сокращает срок его существования на орбите.

$\sigma = \dfrac{c_0 S}{m}$ - баллистический коэффициент,

где c_0 = 2.2 – коэффициент силы сопротивления, S – площадь проекции наноспутника на плоскость перпендикулярную вектору скорости набегающего потока, m – масса наноспутника.

Наноспутник CubeSat 1U (0.1×0.1×0.1 м^3)

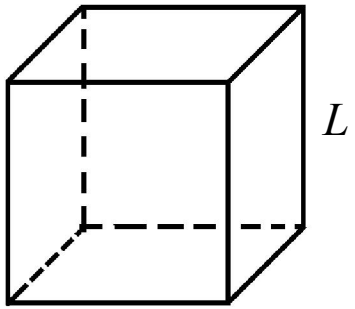
l

$$\sigma_c \sim \frac{c_0 l^2}{m_c} = \frac{c_0 l^2}{\gamma_c l^3} = \frac{c_0}{\gamma_c l} \quad ,$$

где γ_c - объёмная плотность наноспутника,

l - длина грани наноспутника.

Мини-спутник (Куб: 1 × 1 × 1 м^3)



L

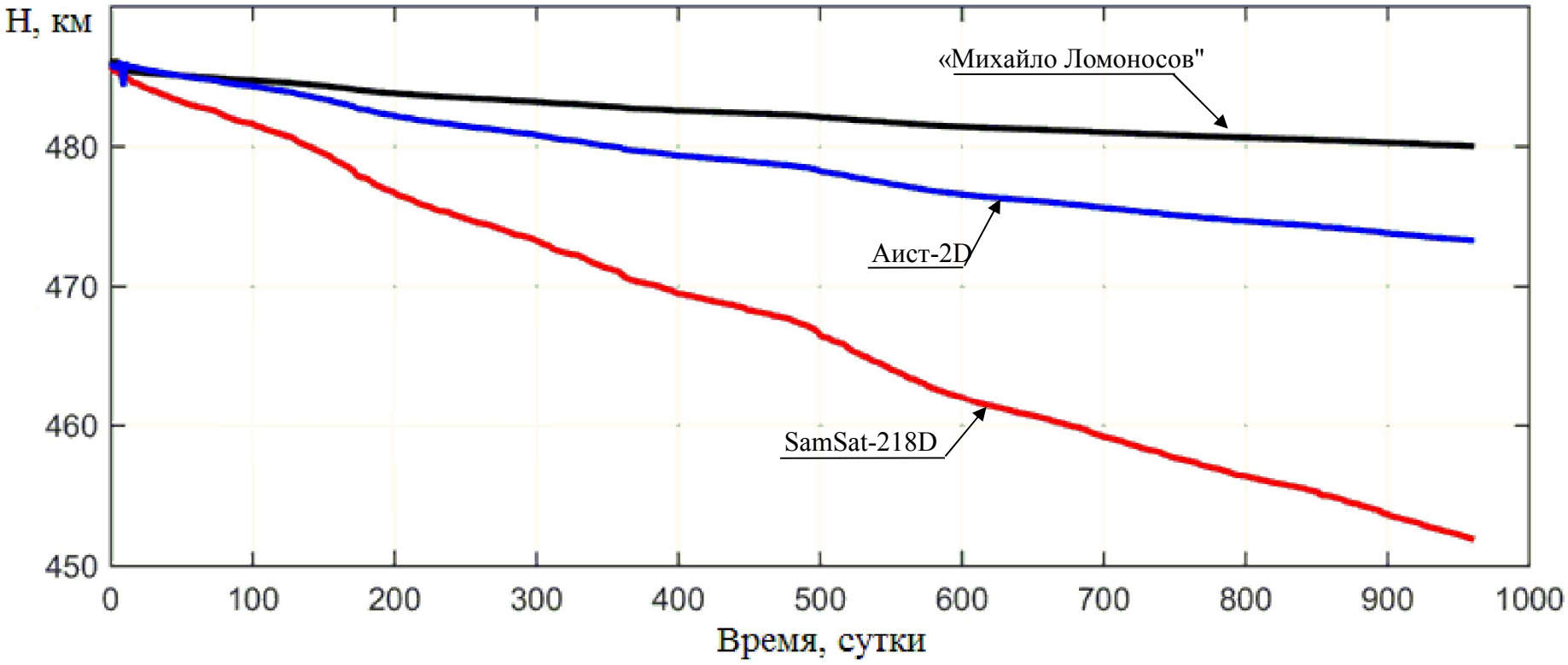
$$\sigma_m \sim \frac{c_0 L^2}{m_m} = \frac{c_0 L^2}{\gamma_m L^3} = \frac{c_0}{\gamma_m L} \quad ,$$

где γ_m объёмная плотность мини-спутника,

L - длина грани мини-спутника.

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_m} = \frac{\gamma_m L}{\gamma_c l} = 10\frac{\gamma_m}{\gamma_c}$$

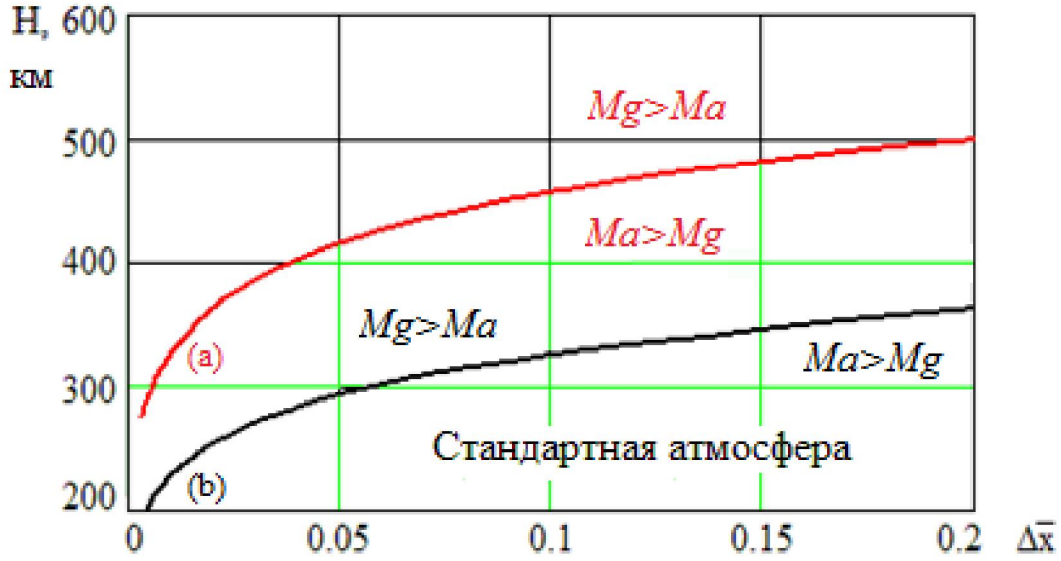
Особенности движения наноспутников на низких орбитах



Изменения высоты орбиты спутников «Михайло Ломоносов», «Аист-2D» и «SamSat-218D» на интервале от 28 апреля 2016 года до 24 ноября 2018 года , которые были выведены на околокруговую орбиту со средней высотой полёта H = 486 км с космодрома Восточный 28 апреля 2016 года

Особенности движения наноспутников на низких орбитах

2. Величина углового ускорения, обусловленного аэродинамическим моментом, обратно пропорциональна квадрату линейного размера спутника. Поэтому угловое ускорение, действующее на наноспутник значительно выше, чем на спутник с большими размерами (при одинаковых значениях относительного запаса статической устойчивости и объёмной плотности). Это расширяет диапазон высот, на которых аэродинамический момент, действующий на наноспутник, является значимым и его можно использовать для пассивной стабилизации наноспутника по вектору скорости движения.



Область значений высот H и относительного запаса статической устойчивости $\Delta\bar{x}$, где аэродинамический момент M_a превосходит гравитационный M_g для:

(a) – наноспутника CubeSat 3U;

(b) – мини-спутника, размеры которого в 10 раз больше размеров наноспутника CubeSat 3U .

Особенности движения наноспутников на низких орбитах

3. Существующие коммерческие транспортно-пусковые устройства отделения наноспутников порождают большие величины начальной угловой скорости.

При запуске наноспутников с платформ, осуществляющих неконтролируемое движение, необходимо учитывать случайный характер углового движения этих платформ. Эти особенности движения наноспутников обуславливают необходимость применения вероятностного подхода к решению проблемы исследования движения вокруг его центра масс

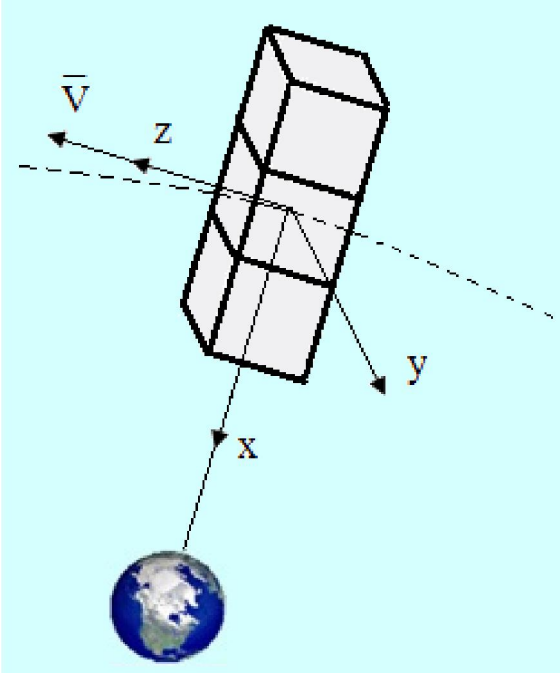
4. Возможность возникновения резонансных режимов движения у наноспутников, совершающих полет на низких орбитах.

Для наноспутников стандарта CubeSat, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда, аэродинамический момент зависит от пространственного угла атаки и угла собственного вращения, а это создаёт предпосылки возникновения резонанса, который проявляется в резком изменении амплитуды колебаний по углу атаки, когда целочисленная комбинация частоты колебаний пространственного угла атаки и средней частоты собственного вращения оказывается близкой к нулю.

Пассивные системы стабилизации. Постановка задачи

Гравитационная стабилизация вдоль местной вертикали

Гравитационный момент значительно превосходит аэродинамический $M_g >> M_a$



$J_y > J_z > J_x$

J_y, J_z, J_x - главные центральные моменты инерции ннаноспутника

?

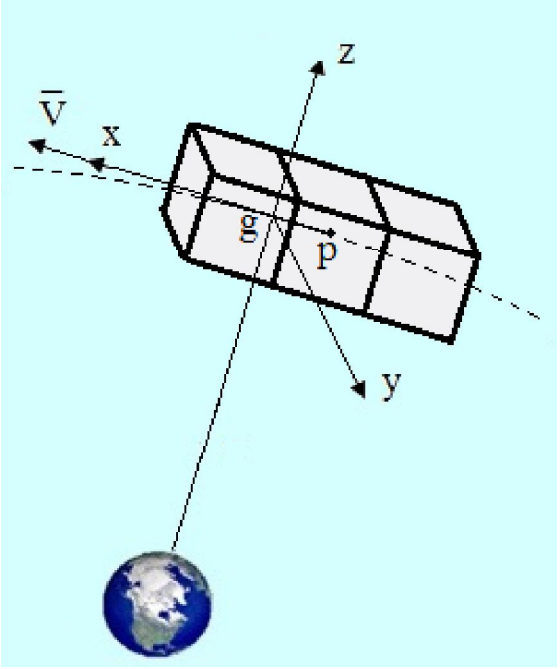
$M_g \approx M_a$

$M_g > M_a$

$M_a > M_g$

Аэродинамическая стабилизация вдоль вектора скорости

Аэродинамический момент значительно превосходит гравитационный $M_a >> M_g$

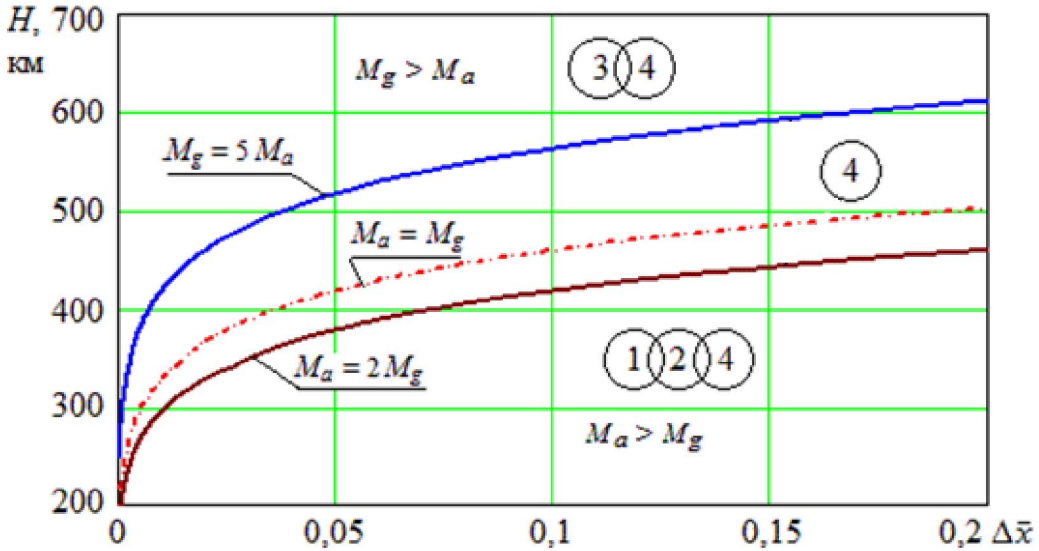


$\Delta\bar{x} = \Delta x / l$ - относительный запас статической устойчивости,

$\Delta x = x_g - x_p$ - расстояние между центром масс и геометрическим центром наноспутника,

l - характерный размер наноспутника

Классификация пассивных систем стабилизации наноспутников формата CubeSat на круговых орбитах



Области предпочтительного применения типа пассивной стабилизации наноспутника CubeSat 3U в зависимости от значений высот H и относительного запаса статической устойчивости $\Delta\bar{x}$:

область ① - одноосная аэродинамическая система стабилизации по вектору скорости (область ниже коричневой кривой, где аэродинамический момент превосходит гравитационный $M_a \geq 2M_g$);

область ② - трёхосная аэродинамически-гравитационная система стабилизации (область ниже коричневой кривой, где аэродинамический момент превосходит гравитационный $M_a \geq 2M_g$);

область ③ - одноосная и трёхосная гравитационные системы стабилизации (область выше синей кривой, где гравитационный момент превосходит аэродинамический $M_g \geq 5M_a$);

область ④ - трёхосная гравитационно-аэродинамическая система стабилизации (области любого отношения аэродинамического и гравитационного моментов).

И. В. Белоконов, И. А. Тимбай, Е. В. Баринова. Выбор проектных параметров наноспутника формата CubeSat с пассивной системой стабилизации // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28. №1. С. 81-100. DOI 10.17285/0869-7035.0025

Приближённая модель углового движения наноспутника в плоскости круговой орбиты относительно траекторной системы координат

$$\ddot{\alpha} - a(H)\sin\alpha - c(H)\sin 2\alpha = 0\,, \quad (1)$$

где

α - угол атаки; H высота орбиты;

$a(H) = a_0 Slq(H)/J$ - коэффициент, обусловленный аэродинамическим моментом;

для CubeSat: $a_0 = -c_0 \Delta\bar{x} 4k/\pi$, $c_0 = 2.2$ – коэффициент сопротивления,

k - отношение площади одной из боковых поверхностей к характерной площади;

$q(H) = V^2 \rho(H)/2$ – скоростной напор; V скорость полёта; $\rho(H)$ - атмосферное давление;

J_x - поперечный момент инерции;

$c(H) = 3(J - J_x)(\omega(H))^2/(2J)$ - коэффициент, обусловленный гравитационным моментом;

S - характерная площадь; Jx - поперечный момент инерции;

$\omega(H) = \sqrt{\mu/(R_E + H)^3}$ - угловая орбитальная скорость;

R_E - радиус Земли; μ - гравитационный параметр Земли;

Интеграл энергии системы (1) для *H*=const

$$\dot{\alpha}^2 / 2 + a\cos\alpha + c\cos^2\alpha = E_0 , \qquad (2)$$

где $E_0 = a\cos\alpha_0 + c\cos^2\alpha_0 + \frac{\dot{\alpha}_0^2}{2}$ определяется по начальным условиям

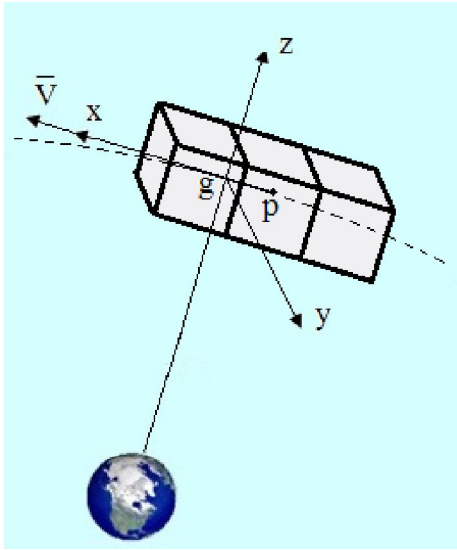
Величину максимального угла атаки при колебаниях можно найти из интеграла энергии (2) при $\dot{\alpha} = 0$:

$$\cos\alpha_{max} = -\frac{a}{2c} - \sqrt{\left(\frac{-a}{2c}\right)^2 + \frac{a}{c}\cos\alpha_0 + \cos^2\alpha_0 + \frac{\dot{\alpha}_0^2}{2c}} . \qquad (3)$$

Полагая, что величина угловой скорости $\dot{\alpha}_0$ имеет, наибольший разброс значений и пренебрегая разбросами других величин, получены функции распределения величины максимального угла α_{max} атаки на момент отделения от транспортно-пускового контейнера.

Аэродинамическая стабилизация вдоль вектора скорости (область 1)

Функция распределения максимального угла атаки α_{max}
на момент отделения от транспортно-пускового устройства



- в случае, если начальная угловая скорость $\dot{\alpha}_0$ имеет распределение Рэлея :

$$F(\alpha_{max}) = 1 - \exp\left(\frac{-a(\cos\alpha_{max} - \cos\alpha_0) - c(\cos^2\alpha_{max} - \cos^2\alpha_0)}{\sigma^2} \right), \qquad (4)$$

где $\sigma > 0$ - масштабный параметр распределения;

- в случае распределения начальной угловой скорости $\dot{\alpha}_0$ по равномерному закону в диапазоне $[\ 0, \dot{\alpha}_{0max}\ ]$

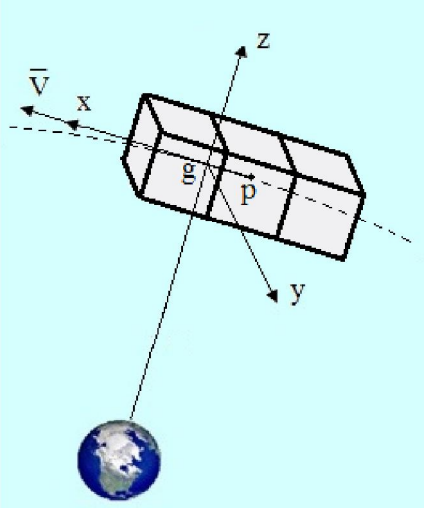
$$F(\alpha_{max}) = \frac{\sqrt{2a(\cos\alpha_{max} - \cos\alpha_0) + 2c(\cos^2\alpha_{max} - \cos^2\alpha_0)}}{\dot{\alpha}_{0max}} . \qquad (5)$$

Аэродинамическая стабилизация вдоль вектора скорости (область 1)

Для того, чтобы максимальный угол атаки наноспутника CubeSat α_{max} был меньше допустимого значения α^*_{max} с вероятностью не меньшей чем p^*, необходимо выполнение следующего условия для конструктивного параметра $d = \frac{\Delta x}{J} lb$:

- в случае, если начальная угловая скорость $\dot{\alpha}_0$ имеет распределение Рэлея :

$$d = \frac{\Delta x}{J} lb \geq \frac{\pi\sigma^2 \ln(1-p^*)}{4c_0\left(\cos\alpha^*_{max} - \cos\alpha_0\right)q(H)}; \qquad (6)$$



- в случае распределения начальной угловой скорости $\dot{\alpha}_0$ по равномерному закону в диапазоне $[\ 0, \dot{\alpha}_{0max}\ ]$

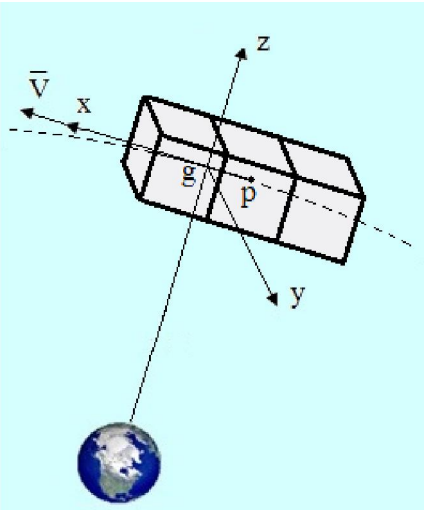
$$F(\alpha_{max}) = \frac{\sqrt{2a(\cos\alpha_{max} - \cos\alpha_0) + 2c(\cos^2\alpha_{max} - \cos^2\alpha_0)}}{\dot{\alpha}_{0max}}\ . \qquad (7)$$

Аэродинамическая стабилизация вдоль вектора скорости (область 1)

Если аэродинамический момент незначительно больше гравитационного, то можно по формулам (1) и (2) провести переоценку вероятности выполнения требований к максимальному углу атаки или задать новые ограничения на величины угловых скоростей, порождаемых системой отделения:

- в случае, если модуль начальной угловой скорости $\dot{\alpha}_0$ имеет распределение Рэлея, то ограничение на масштабный параметр распределения σ определяется по формуле:

$$\sigma \le \sqrt{\frac{-a(\cos\alpha^*_{max} - \cos\alpha_0) - c(\cos^2\alpha^*_{max} - \cos^2\alpha_0)}{\ln(1-p^*)}}; \qquad (8)$$

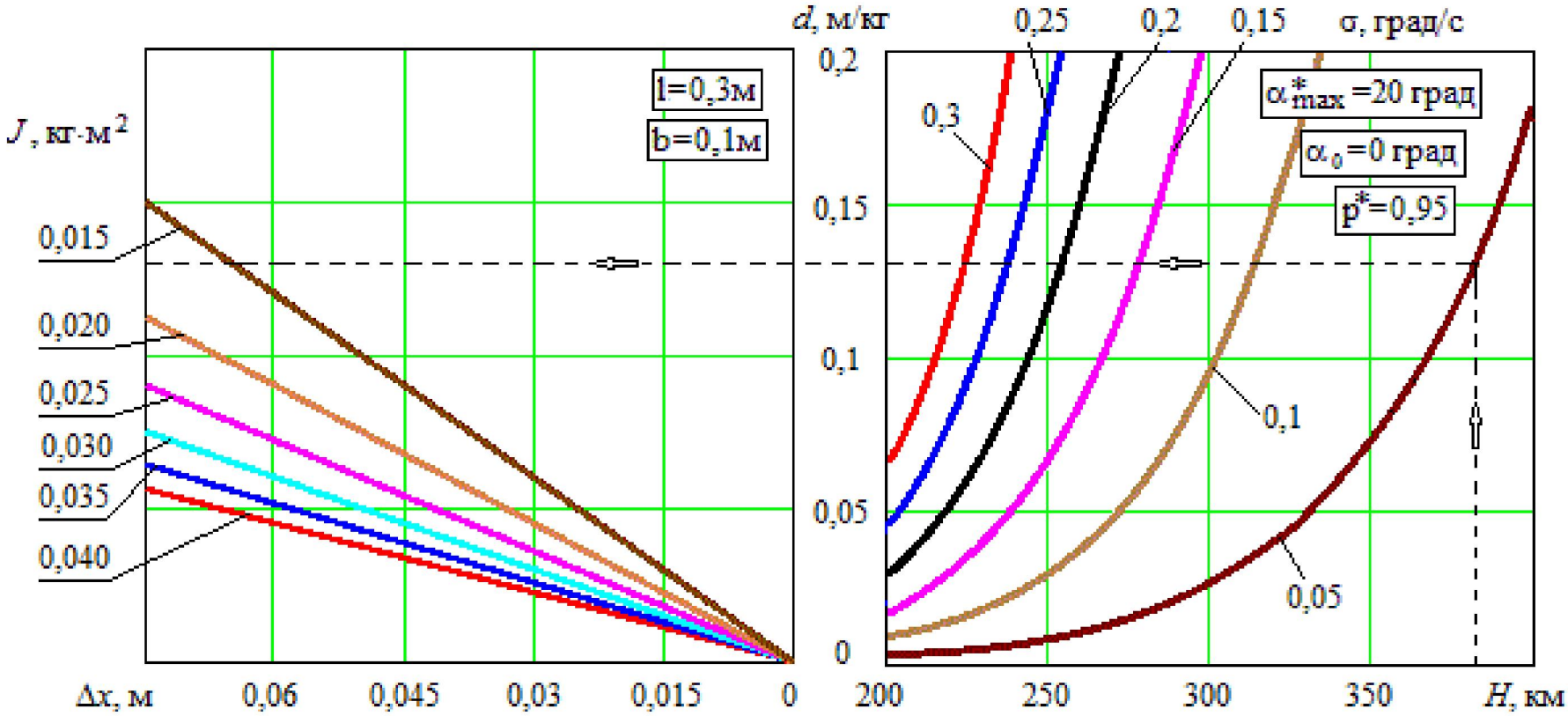


- в случае распределения модуля начальной угловой скорости $\dot{\alpha}_0$ по равномерному закону в диапазоне $[\,0, \dot{\alpha}_{0max}\,]$, то ограничение на величину $\dot{\alpha}_{0max}$ определяется по формуле:

$$\dot{\alpha}_{0max} \le \frac{\sqrt{2a(\cos\alpha^*_{max} - \cos\alpha_0) + 2c(\cos^2\alpha^*_{max} - \cos^2\alpha_0)}}{p^*}. \qquad (9)$$

Аэродинамическая стабилизация вдоль вектора скорости (область 1)

Выбор проектных параметров аэродинамически стабилизированного наноспутника формата CubeSat . Одноосная стабилизация

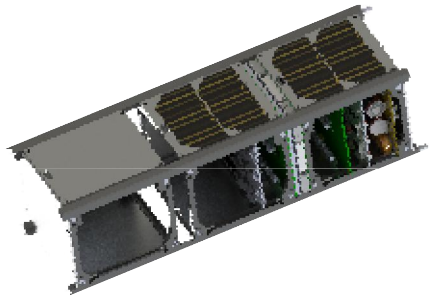


Номограмма для выбора конструктивного параметра наноспутника формата CubeSat с аэродинамической системой стабилизации

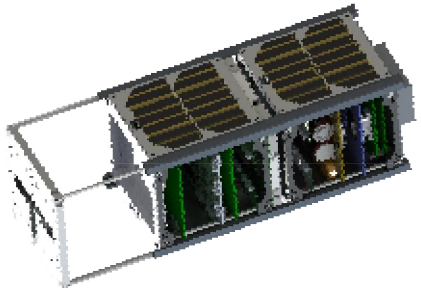
Аэродинамическая стабилизация вдоль вектора скорости (область 1)

Реализация одноосной аэродинамической стабилизации
наноспутника формата CubeSat в Самарском университете

SamSat-218D



SamSat-QB50



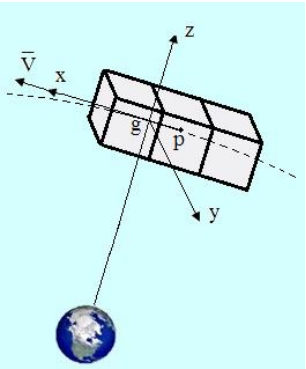
Стабилизация продольной оси наноспутника по вектору скорости может быть обеспечена за счёт выбора проектных параметров (запаса статической устойчивости, геометрических размеров, наибольшего момента инерции).

Евразийский патент на изобретение (21) 201400132 (13) A1. Способ аэродинамической стабилизации наноспутника класса CubeSat и устройство его осуществления (варианты), опубл. 30.07.2015 г. / И.В. Белоконов, И.А. Тимбай, Е.В. Устюгов.

Аэродинамически-гравитационная трёхосная стабилизация (область 2)

Приближённая модель углового движения наноспутника по углу крена

$$\ddot{\delta} = \frac{3\mu}{2(R_E + H)^3}\left(\frac{J_z - J_y}{J_x}\right)\sin 2\delta, \qquad (10)$$



где J_x - главный центральный момент инерции относительно продольной оси;

J_y, J_z главные поперечные моменты инерции наноспутника;

δ - угол крена (угол между поперечной оси Oz, для которой главный центральный момент инерции J_z удовлетворяет условию $J_x < J_z < J_y$).

Интеграл энергии системы (1) для H=const

$$\dot{\delta}^2/2 + d_0\cos 2\delta = E_0, \qquad (11)$$

где $E_0 = d_0\cos 2\delta_0 + \frac{\omega_{x0}^2}{2}$ определяется по начальным условиям, $d_0 = \frac{3\mu}{4(R_E + H)^3}\left(\frac{J_z - J_y}{J_x}\right)$,

$\omega_{x0} = \dot{\delta}_0$ - начальная продольная угловая скорость.

Величину максимального угла крена δ при колебаниях в диапазоне $[0, \pi/2]$ можно найти из интеграла энергии (11) при $\dot{\delta} = 0$:

$$\delta_{\max} = \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{E_0}{d_0}\right). \qquad (12)$$

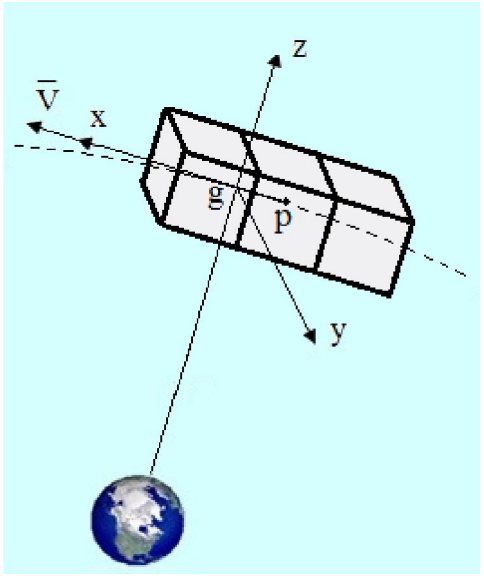
Аэродинамически-гравитационная трёхосная стабилизация (область 2)

Функция распределения максимального угла крена δ_{max}
на момент отделения от транспортно-пускового устройства

- в случае, если начальная продольная угловая скорость ω_{x0} имеет нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием, и среднеквадратичным отклонением σ:

$$F(\delta_{max}) = 2\Phi_0\left(\frac{\sqrt{2d_0(\cos 2\delta_{max} - \cos 2\delta_0)}}{\sigma}\right), \qquad (13)$$

где $\Phi_0(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^t e^{-t^2/2}dt$ - функция Лапласа;



- в случае распределения модуля начальной продольной угловой скорости ω_{x0} по равномерному закону в диапазоне $[0, \omega_{x0\,max}]$

$$F(\delta_{max}) = \frac{\sqrt{2d_0(\cos 2\delta_{max} - \cos 2\delta_0)}}{\omega_{x0}}. \qquad (14)$$

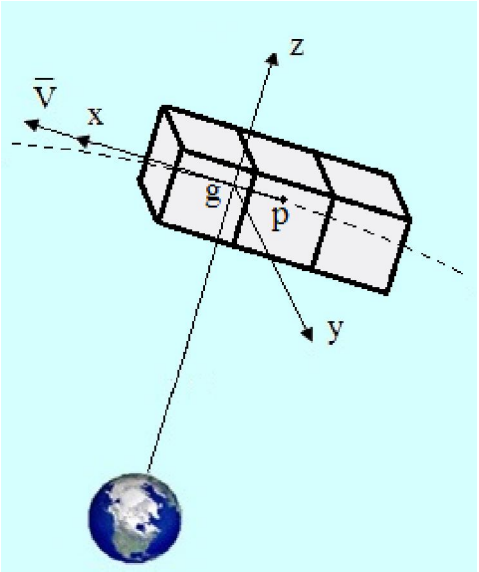
Аэродинамически-гравитационная трёхосная стабилизация (область 2)

Для того, чтобы максимальный угол крена наноспутника CubeSat δ_{max} был меньше допустимого значения δ^*_{max} с вероятностью не меньшей чем p^*, необходимо выполнение следующего условия для конструктивного параметра $d_k = \frac{J_y - J_z}{J_x}$:

- в случае, если начальная продольная угловая скорость ω_{x0} имеет нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием, и среднеквадратичным отклонением σ:

$$d_k = \frac{J_y - J_z}{J_x} \geq \frac{(R_3 + H)^3}{3\mu} \frac{\sigma^2 (t^*)^2}{(\cos 2\delta_0 - \cos 2\delta^*_{max})}, \quad (15)$$

где t^* - аргумент функции Лапласа по заданной вероятности: $\Phi_0(t^*) = p^*/2$

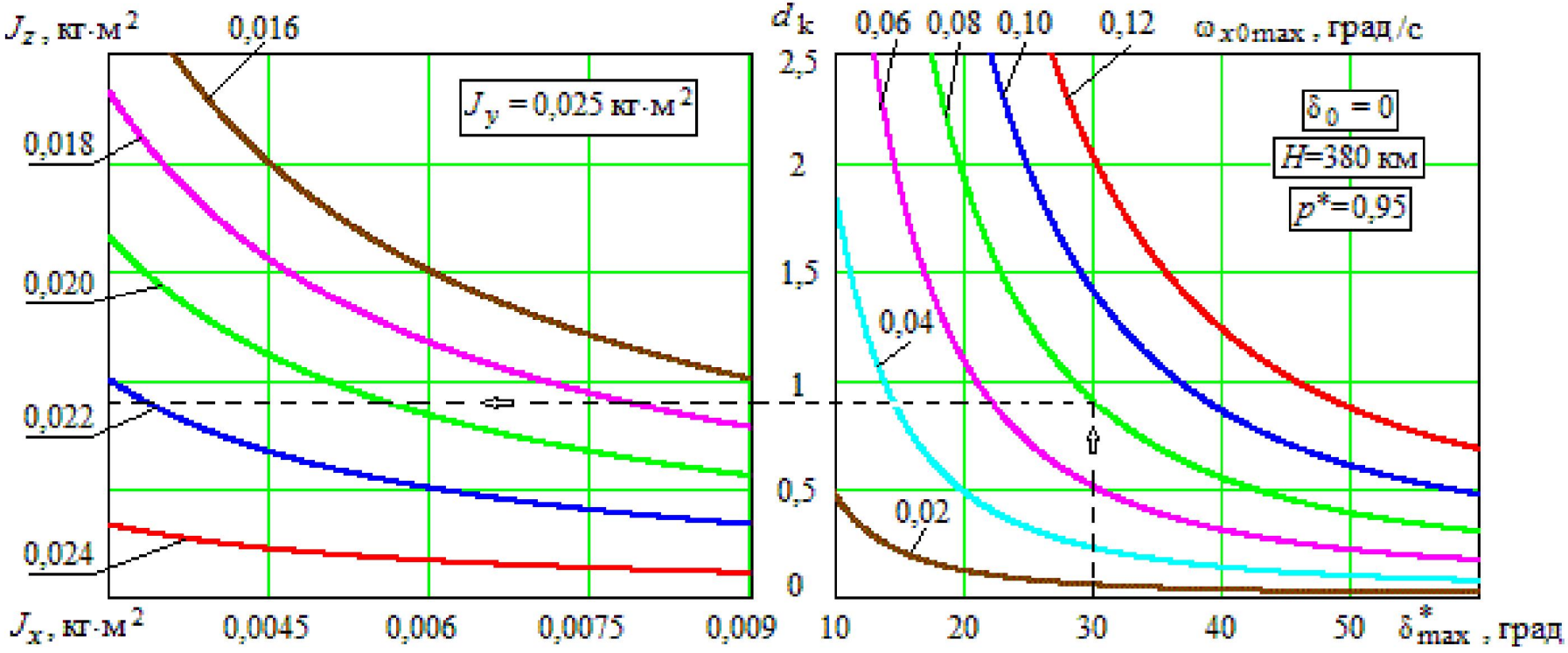


- в случае распределения модуля начальной продольной угловой скорости ω_{x0} по равномерному закону в диапазоне $[0, \omega_{x0\,max}]$

$$d_k = \frac{J_y - J_z}{J_x} \geq \frac{(R_3 + H)^3}{3\mu} \frac{(\omega_{x0\,max} p^*)^2}{(\cos 2\delta_0 - \cos 2\delta^*_{max})}. \quad (16)$$

Аэродинамически-гравитационная трёхосная стабилизация (область 2)

Выбор проектных параметров наноспутника формата CubeSat с аэродинамически-гравитационной системой стабилизации



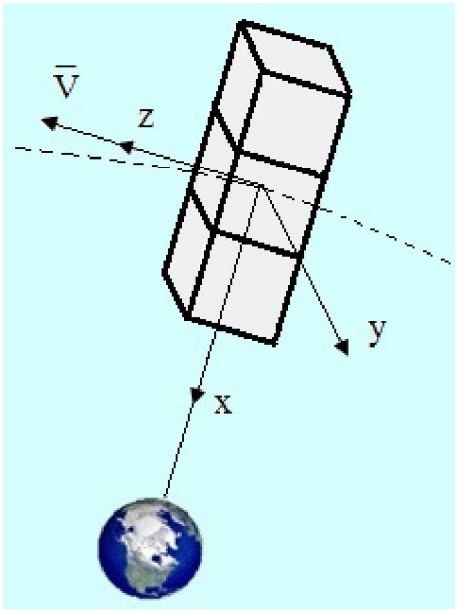
Номограмма для выбора конструктивного параметра наноспутника с аэродинамически-гравитационной системой стабилизации

Гравитационная одноосная стабилизация вдоль местной вертикали (область 3)

Для того, чтобы максимальный угол отклонения продольной оси наноспутника от гравитационной вертикали наноспутника CubeSat β_{max} был меньше допустимого значения β^*_{max} с вероятностью не меньшей чем p^*, необходимо выполнение следующего условия для конструктивного параметра $d_g = \frac{J_x}{J}$:

- в случае, если начальная угловая скорость имеет распределение Рэлея :

$$d_g = \frac{J_x}{J} \le 1 - \frac{4(R_3 + H)^3}{3\mu} \frac{\sigma^2 \ln(1 - p^*)}{\left(\cos 2\beta^*_{max} - \cos 2\beta_0\right)}; \qquad (17)$$



- в случае распределения начальной угловой скорости по равномерному закону в диапазоне $[\ 0, \dot{\beta}_{0\,max}\ ]$

$$d_g = \frac{J_x}{J} \le 1 - \frac{4(R_3 + H)^3}{3\mu} \frac{(\dot{\beta}_{0\,max} p^*)^2}{-2\left(\cos 2\beta^*_{max} - \cos 2\beta_0\right)}, \qquad (18)$$

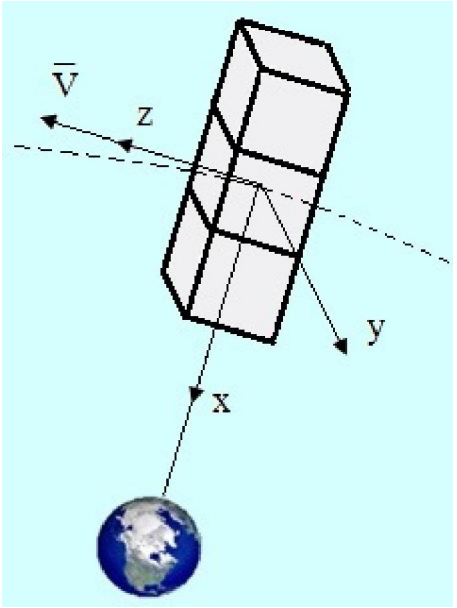
где β_0 начальное значение отклонения продольной оси наноспутника от гравитационной вертикали.

Гравитационная одноосная стабилизация вдоль местной вертикали (область 3)

Если гравитационный аэродинамический момент незначительно больше аэродинамического, то можно провести переоценку вероятности выполнения требований к максимальному углу отклонения продольной оси наноспутника от гравитационной вертикали или задать новые ограничения на величины угловых скоростей, порождаемых системой отделения:

- в случае, если модуль начальной угловой скорости $\dot{\beta}_0$ имеет распределение Рэлея, то ограничение на масштабный параметр распределения σ определяется по формуле:

$$\sigma \le \sqrt{\frac{a(\sin\beta^*_{max} - \sin\beta_0) - c(\sin^2\beta^*_{max} - \sin^2\beta_0)}{\ln(1-p^*)}}. \qquad (19)$$

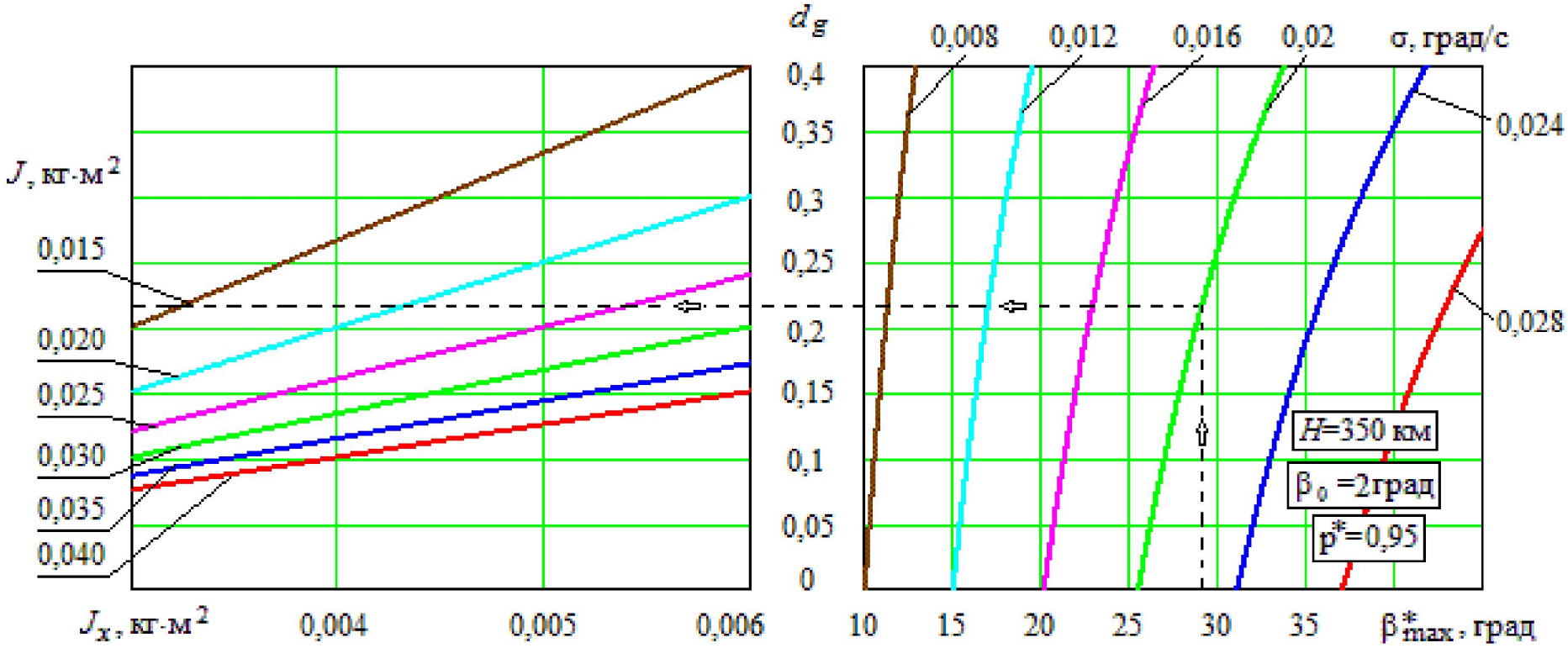


- в случае распределения модуля начальной угловой скорости $\dot{\beta}_0$ по равномерному закону в диапазоне $[\,0, \dot{\beta}_{0max}\,]$, то ограничение на величину $\dot{\beta}_{0max}$ определяется по формуле:

$$\dot{\beta}_{0max} \le \frac{\sqrt{-2a(\sin\beta^*_{max} - \sin\beta_0) + 2c(\sin^2\beta^*_{max} - \sin^2\beta_0)}}{p^*}. \qquad (20)$$

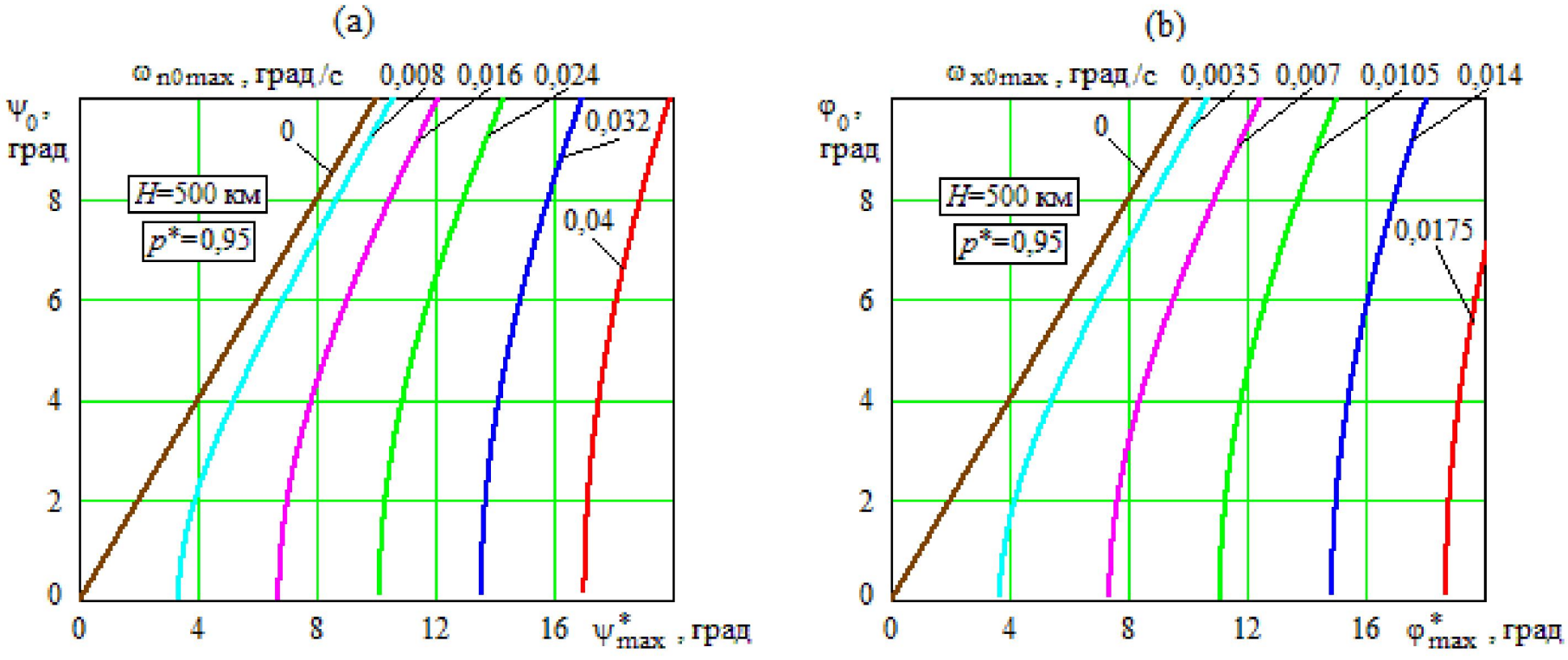
Гравитационная одноосная стабилизация вдоль местной вертикали (область 3)

Выбор проектных параметров наноспутника формата CubeSat
с гравитационной системой стабилизации вдоль местной вертикали



Номограмма для выбора конструктивного параметра наноспутника
с гравитационной системой стабилизации

Гравитационная трёхоосная стабилизация (область 3)



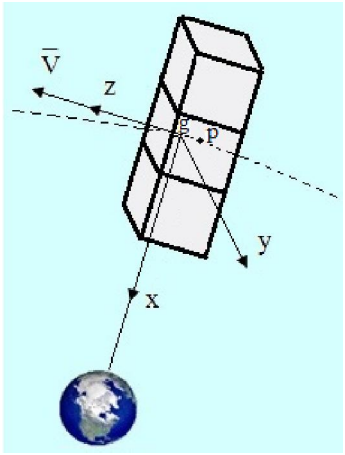
Пример номограммы задания ограничений при гравитационной трехосной стабилизации:
а – на величину начальной поперечной угловой скорости наноспутника
(при рассмотрении движения по углу ψ),
б – на величину начальной продольной угловой скорости наноспутника

Гравитационно-аэродинамическая трёхосная стабилизация (область 4)

Приближённая модель углового движения наноспутника

$$\ddot{\alpha} - \left(a_z(H)\cos\alpha + a_x(H)\sin\alpha\right)\left(\left|\cos\alpha\right| + k\left|\sin\alpha\right|\right) - c(H)\sin 2\alpha = 0, \qquad (21)$$

где $a_z(H) = \Delta\bar{z}c_0 Slq(H)/J_y$ - коэффициент, обусловленный составляющей аэродинамического момента, вызванной смещением центра масс вдоль оси с промежуточным значением момента инерции J_z; $\Delta\bar{z} = \Delta z / l$ - относительный запас статической устойчивости по оси Oz; $a_x(H) = -\Delta\bar{x}c_0 Slq(H)/J_y$ - коэффициент, обусловленный составляющей аэродинамического момента, вызванной смещением центра масс вдоль продольной оси.



Интеграл энергии системы (21) для H=const

$$\dot{\alpha}^2/2 + a_x u(\alpha) - a_z v(\alpha) + c\cos^2\alpha = E_0, \qquad (22)$$

где $E_0 = a_x u(\alpha_0) - a_z v(\alpha_0) + c\cos^2\alpha_0 + \frac{\dot{\alpha}_0^2}{2}$ определяется по начальным условиям,

$$u(\alpha) = \frac{1}{2}sign(\cos(\alpha))\cos^2\alpha + \frac{k}{2}sign(\sin(\alpha))\left(\frac{\sin 2\alpha}{2} - \alpha + 2\pi\cdot\left\lfloor\frac{\alpha+\pi}{2\pi}\right\rfloor\right),$$

$$v(\alpha) = \frac{1}{2}sign(\cos(\alpha))\left(\frac{\sin 2\alpha}{2} + \alpha - \frac{\pi}{2} - 2\pi\cdot\left\lfloor\frac{\alpha+\pi/2}{2\pi}\right\rfloor\right) + \frac{k}{2}sign(\sin(\alpha))\sin^2\alpha,$$

$\lfloor x\rfloor$ антье x.

Гравитационно-аэродинамическая трёхосная стабилизация (область 4)

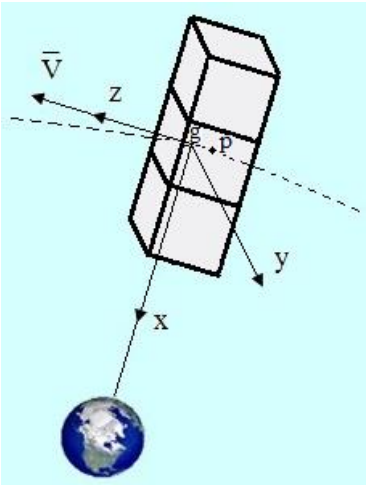
Функция распределения максимального угла атаки $\alpha_{max} = \pi/2 + \beta_{max}$
где β_{max} максимальный угол отклонения продольной оси наноспутника от гравитационной вертикали.

- в случае, если начальная угловая скорость $\dot{\alpha}_0$ имеет распределение Рэлея :

$$F(\alpha_{max}) = 1 - \exp\left(\frac{a_z\left(u(\alpha_{max}) - u(\alpha_0)\right) - a_x\left(v(\alpha_{max}) - v(\alpha_0)\right) - c(\cos^2\alpha_{max} - \cos^2\alpha_0)}{\sigma^2} \right); \quad (23)$$

- в случае распределения начальной угловой скорости $\dot{\alpha}_0$ по равномерному закону в диапазоне $[\ 0, \dot{\alpha}_{0max}\ ]$

$$F(\alpha_{max}) = [2a_z\left(u(\alpha_{max}) - u(\alpha_0)\right) - 2a_x\left(v(\alpha_{max}) - v(\alpha_0)\right) - 2c(\cos^2\alpha_{max} - \cos^2\alpha_0)]^{1/2} / \dot{\alpha}_{0max}\ . \quad (24)$$

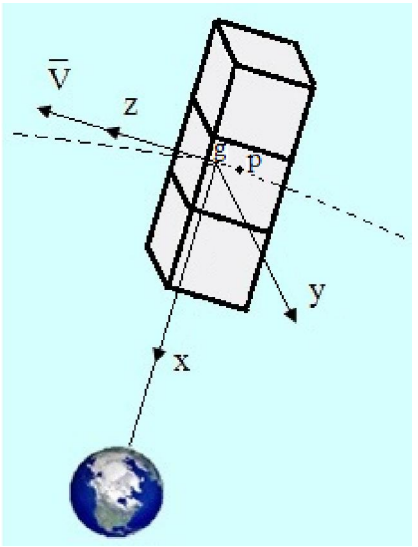


Гравитационно-аэродинамическая трёхосная стабилизация (область 4)

Для того, чтобы максимальный угол атаки наноспутника CubeSat α_{max} был меньше допустимого значения α^*_{max} с вероятностью не меньшей чем p^*, необходимо выполнение следующего условия для конструктивного параметра $d_1 = \frac{\Delta z}{J_y}$:

- в случае, если начальная угловая скорость $\dot{\alpha}_0$ имеет распределение Рэлея :

$$d_1 = \frac{\Delta z}{J_y} \geq [-\ln(1-p^*)\sigma^2 - c(\cos^2\alpha^*_{max} - \cos^2\alpha_0) + a_x(v(\alpha^*_{max}) - v(\alpha_0))]/[c_0 S_0 q(u(\alpha^*_{max}) - u(\alpha_0))]; \quad (25)$$

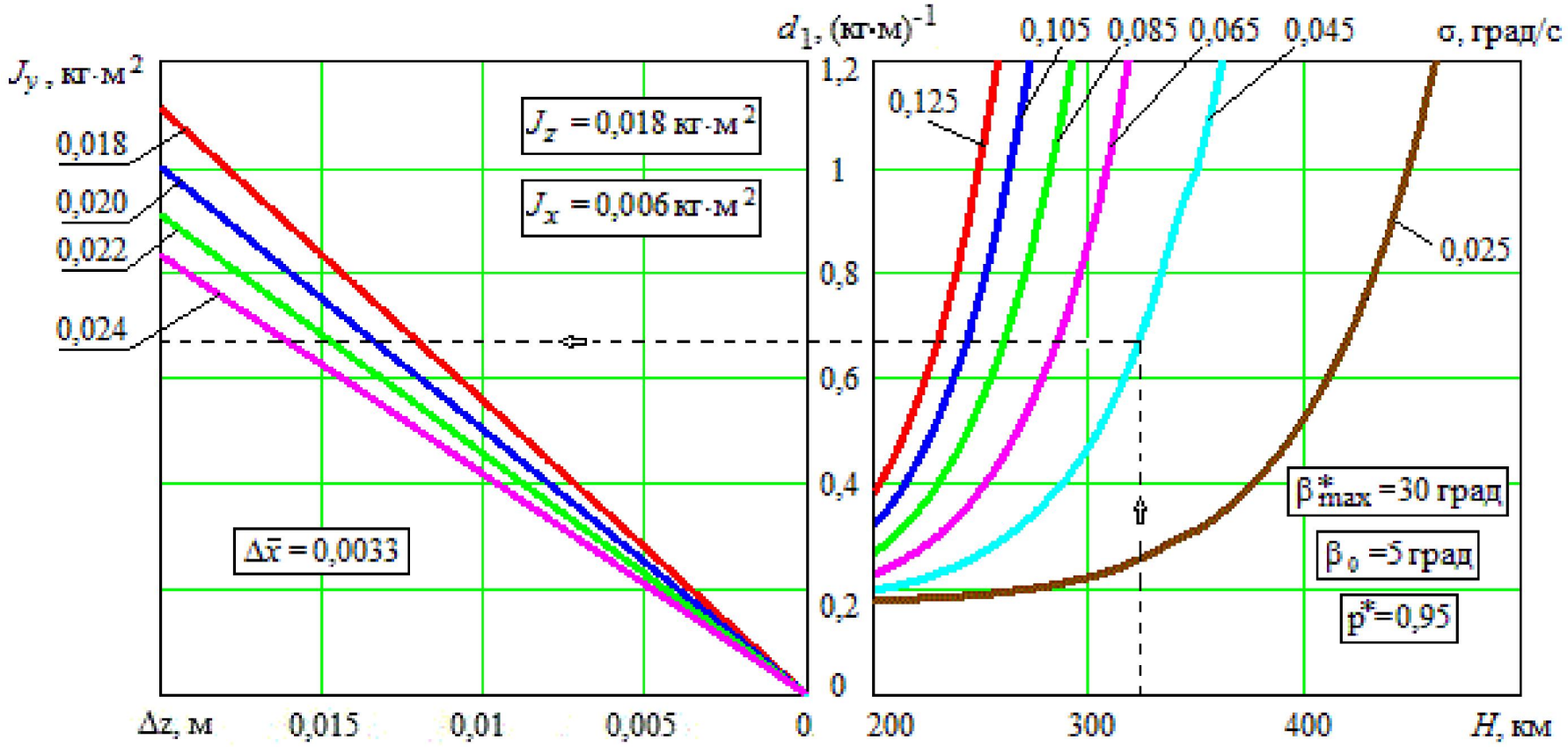


- в случае распределения начальной угловой скорости $\dot{\alpha}_0$ по равномерному закону в диапазоне $[\,0, \dot{\alpha}_{0max}\,]$

$$d_1 = \frac{\Delta z}{J_y} \geq [\dot{\alpha}_{0max} p^*)^2 - 2c(\cos^2\alpha^*_{max} - \cos^2\alpha_0) + 2a_x(v(\alpha^*_{max}) - v(\alpha_0))]/[c_0 S_0 q(u(\alpha^*_{max}) - u(\alpha_0))]. \quad (26)$$

Гравитационно-аэродинамическая трёхосная стабилизация (область 4)

Выбор проектных параметров наноспутника формата CubeSat
с гравитационно-аэродинамическойсистемой стабилизации



Номограмма для выбора конструктивного параметра наноспутника с гравитационно-аэродинамической системой стабилизации

Исследование резонансных режимов движения наноспутников формата GubeSat под действием аэродинамического момента

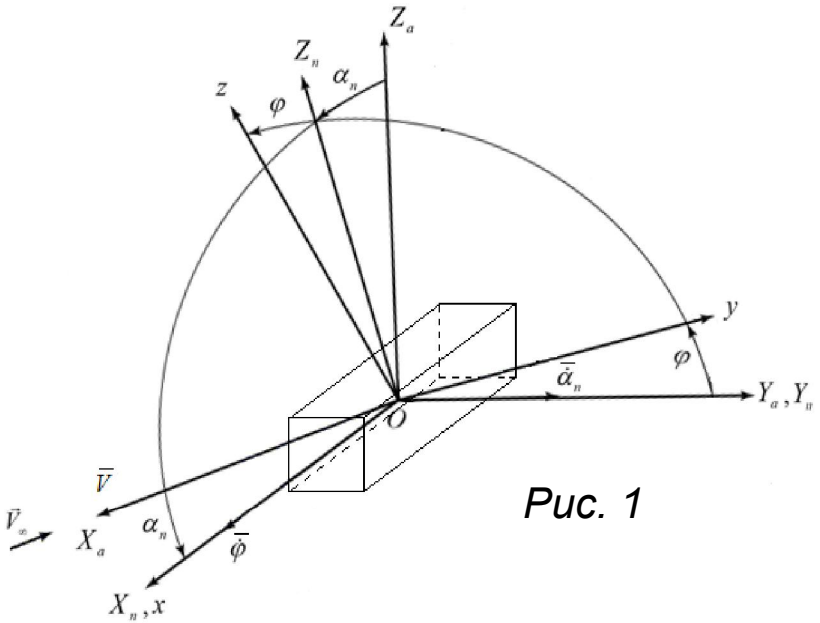


Рис. 1

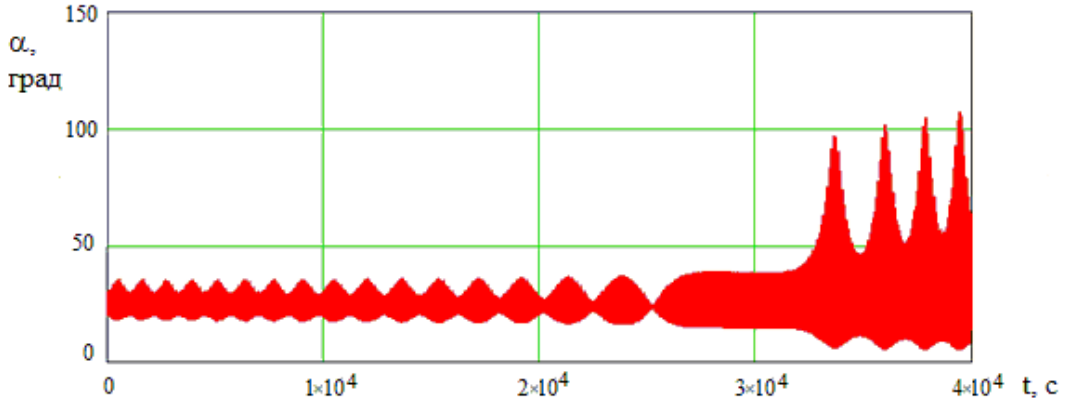
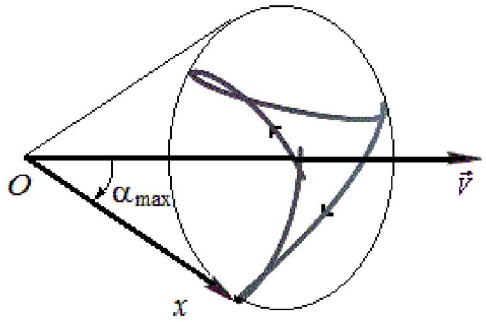


Рис. 2. Резонансное изменение пространственного угла атаки CubeSat 3U

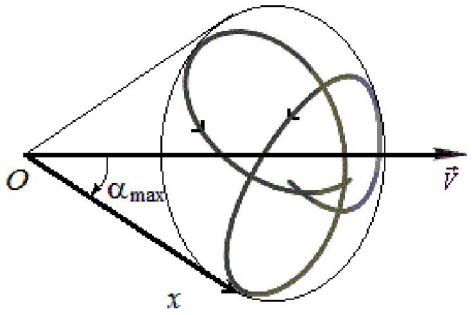
Аэродинамическое угловое ускорение

$$M_\alpha(\alpha,\varphi,H) = m_1\left(\left|\cos(\alpha)\right| + k_s\sin(\alpha)\left(\left|\sin(\varphi)\right| + \left|\cos(\varphi)\right|\right)\right)\cdot$$
$$\cdot\left(\Delta x\sin(\alpha) - \left(\Delta y\sin(\varphi) + \Delta z\cos(\varphi)\cos(\alpha)\right)\right),$$

где H – высота полёта, k_s - отношение площади одной из боковых поверхностей к характерной площади S, α - пространственный угол атаки, φ - угол собственного вращения, Δx - смещение центра масс относительно геометрического центра (центра давления) вдоль продольной оси, Δy, Δz - смещение центра масс от продольной оси



(a) - «обратная» прецессия: R>G



(b) - «прямая» прецессия G>R

Траектория продольной оси наноспутника на единичной сфере относительно траекторной системы координат

R, G - отнесённые к поперечному моменту инерции проекции вектора кинетического момента на продольную ось наноспутника и на направление скорости центра масс

Резонансы проявляются, когда целочисленная комбинации частоты колебаний пространственного угла атаки и средней частоты собственного вращения оказывается близкой к нулю :

$$n\omega - p\lambda = O(\varepsilon),$$

ω - частота колебаний пространственного угла атаки,

λ - средняя частота собственного вращения.

Резонансы, обусловленные формой аппарата:

«прямая» прецессия G>R:

$\omega = -4\lambda,$ $\omega = 4\lambda,$

$\omega = 2\lambda,$ $3\omega = 4\lambda,$

$\lambda = 0$ «лунный» резонанс

«обратная» прецессия R>G:

$3\omega = 4\lambda$

Резонансы, обусловленные как формой, так и смещением центра масс наноспутника от продольной оси:

«прямая» прецессия G>R:

$\omega = \lambda,$ $2\omega = 3\lambda,$ $\omega = -3\lambda,$

$2\omega = \lambda,$ $\omega = 5\lambda,$ $\omega = -5\lambda,$

$3\omega = \lambda,$ $2\omega = 5\lambda,$ $2\omega = -5\lambda,$

$\omega = 3\lambda,$ $3\omega = 5\lambda,$

«обратная» прецессия R>G:

$\omega = \lambda,$ $2\omega = 3\lambda,$

$2\omega = \lambda,$ $3\omega = 5\lambda,$

$3\omega = \lambda,$

Критические значения продольной угловой скорости:

$$\omega_{xkr} = d\sqrt{\frac{\omega_a^2}{1 - \bar{J}_x + \left(\frac{1}{4} - d^2\right)\bar{J}_x^2}}$$

где $d = 2n/p + 1 > 0$ в случае «прямой» прецессии

$d = 2n/p - 1 > 0$ в случае «обратной» прецессии

$n\omega - p\lambda = O(\varepsilon)$

«лунный» резонанс, обусловленный формой аппарата

$$\lambda = 0,$$

$$\omega_{xkr} = \sqrt{\frac{\omega_a^2}{1-\bar{I}_x}}.$$

Начальные условия движения :
высота полёта H = 251 км,
угол атаки α_0 = 30 град,
угол собственного вращения φ_0 = 0,
поперечная скорость $\omega_{z0} = 0{,}5$ град / с,
продольная угловая скорость $\omega_{x0} = 1$ град / с

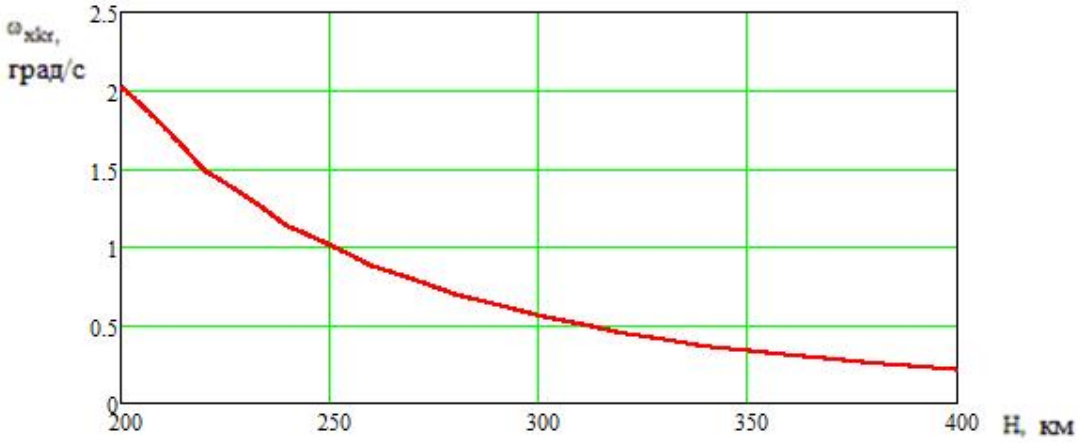


Рис. 4. Зависимость критического значения продольной угловой скорости наноспутника, при котором выполняются условия возникновения резонансного движения, от высоты полёта

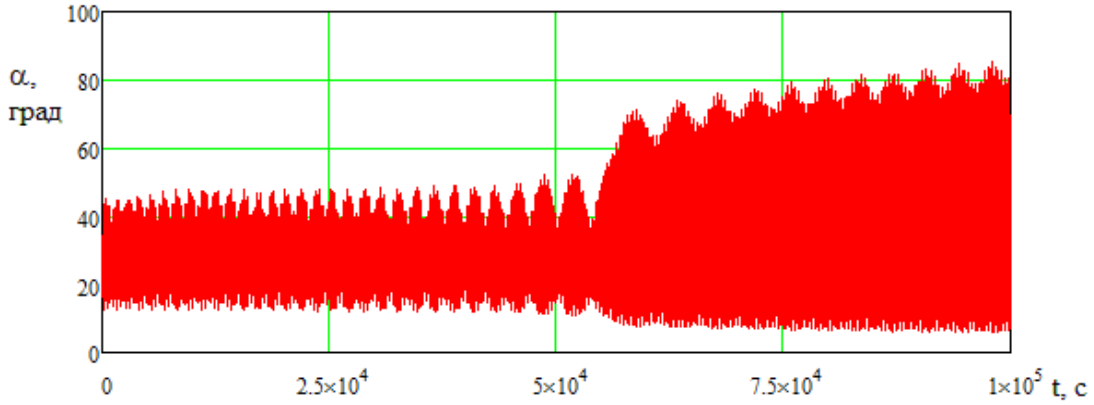


Рис. 5. Изменение пространственного угла атаки в случае «лунного» резонанса

Критические значения продольной угловой скорости в случае «обратной» прецессии

$4\lambda = 3\omega$, $\omega_{xkr} = \dfrac{\omega_a}{2\sqrt{1-\bar{I}+\dfrac{3}{16}\bar{I}^2}}$

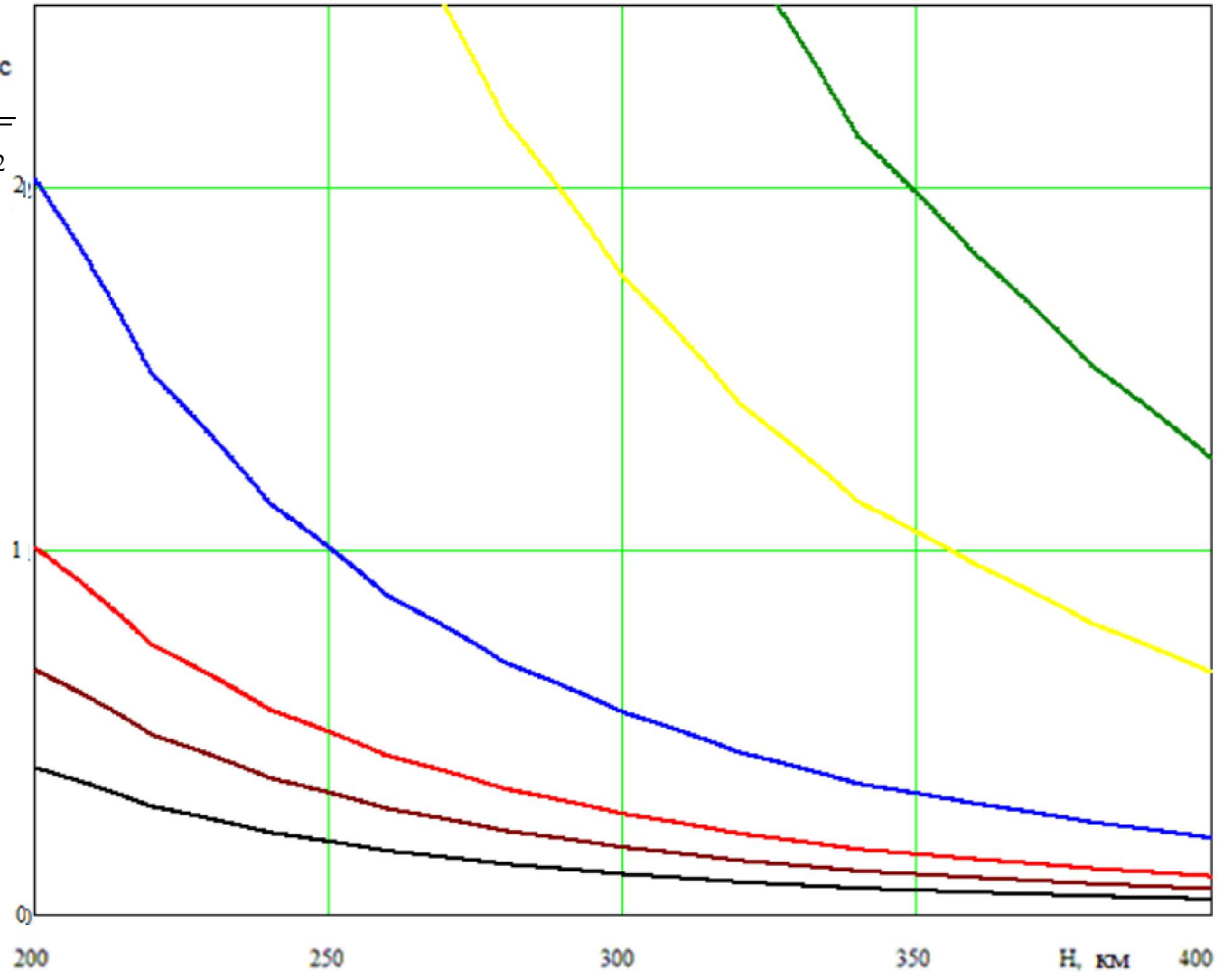
$\lambda = \omega$, $\omega_{xkr} = \dfrac{\omega_a}{\sqrt{1-\bar{I}}}$

$\lambda = 2\omega$, $\omega_{xkr} = \dfrac{3\omega_a}{\sqrt{1-\bar{I}-2\bar{I}^2}}$

$\lambda = 3\omega$, $\omega_{xkr} = \dfrac{5\omega_a}{\sqrt{1-\bar{I}-6\bar{I}^2}}$

$3\lambda = 2\omega$, $\omega_{xkr} = \dfrac{\omega_a}{3\sqrt{1-\bar{I}+\dfrac{2}{9}\bar{I}^2}}$

$5\lambda = 3\omega$, $\omega_{xkr} = \dfrac{\omega_a}{5\sqrt{1-\bar{I}+\dfrac{6}{25}\bar{I}^2}}$



Критические значения продольной угловой скорости в случае «прямой» прецессии

$\lambda = 0\ ,\ \omega_{xkr} = \dfrac{\omega_a}{\sqrt{1-\bar{I}}}$

$4\lambda = \omega\ ,\ \omega_{xkr} = \dfrac{3\omega_a}{2\sqrt{1-\bar{I}-\dfrac{5}{16}\bar{I}^2}}$

$4\lambda = -\omega\ ,\ \omega_{xkr} = \dfrac{\omega_a}{2\sqrt{1-\bar{I}+\dfrac{3}{16}\bar{I}^2}}$

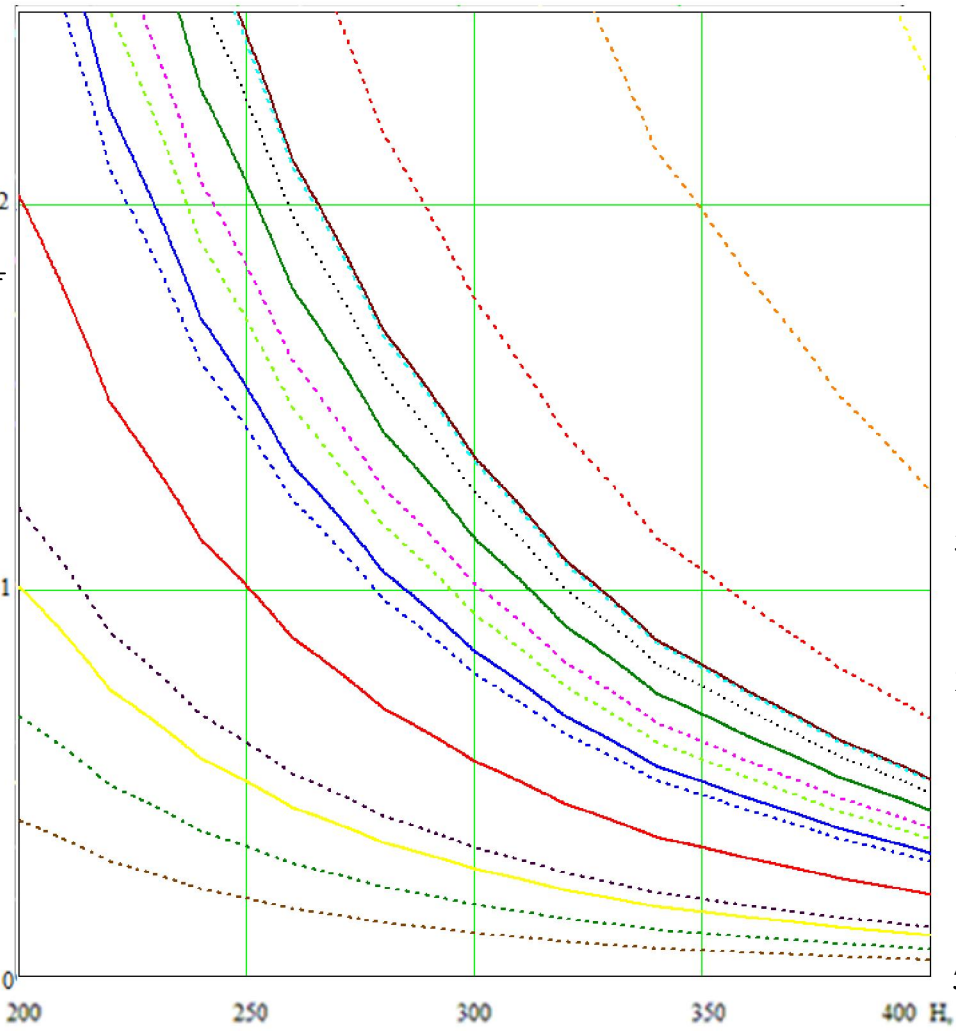
$2\lambda = \omega\ ,\ \omega_{xkr} = \dfrac{2\omega_a}{\sqrt{1-\bar{I}-\dfrac{3}{4}\bar{I}^2}}$

$4\lambda = 3\omega\ ,\ \omega_{xkr} = \dfrac{5\omega_a}{2\sqrt{1-\bar{I}+\dfrac{21}{16}\bar{I}^2}}$

$\lambda = \omega\ ,\ \omega_{xkr} = \dfrac{3\omega_a}{\sqrt{1-\bar{I}-2\bar{I}^2}}$

$\lambda = 2\omega\ ,\ \omega_{xkr} = \dfrac{5\omega_a}{\sqrt{1-\bar{I}-6\bar{I}^2}}$

$\lambda = 3\omega\ ,\ \omega_{xkr} = \dfrac{\omega_a}{\sqrt{1-\bar{I}-12\bar{I}^2}}$



$3\lambda = \omega\ ,\ \omega_{xkr} = \dfrac{5\omega_a}{3\sqrt{1-\bar{I}-\dfrac{4}{9}\bar{I}^2}}$

$3\lambda = -\omega\ ,\ \omega_{xkr} = \dfrac{\omega_a}{3\sqrt{1-\bar{I}+\dfrac{2}{9}\bar{I}^2}}$

$3\lambda = 2\omega\ ,\ \omega_{xkr} = \dfrac{7\omega_a}{3\sqrt{1-\bar{I}-\dfrac{10}{9}\bar{I}^2}}$

$5\lambda = \omega\ ,\ \omega_{xkr} = \dfrac{7\omega_a}{5\sqrt{1-\bar{I}-\dfrac{6}{25}\bar{I}^2}}$

$5\lambda = -\omega\ ,\ \omega_{xkr} = \dfrac{3\omega_a}{5\sqrt{1-\bar{I}+\dfrac{4}{25}\bar{I}^2}}$

$2\lambda = 5\omega\ ,\ \omega_{xkr} = \dfrac{9\omega_a}{5\sqrt{1-\bar{I}-\dfrac{14}{25}\bar{I}^2}}$

$5\lambda = -2\omega\ ,\ \omega_{xkr} = \dfrac{\omega_a}{5\sqrt{1-\bar{I}+\dfrac{6}{25}\bar{I}^2}}$

$5\lambda = 3\omega\ ,\ \omega_{xkr} = \dfrac{11\omega_a}{5\sqrt{1-\bar{I}-\dfrac{24}{25}\bar{I}^2}}$

Заключение

1. Предложена классификация типов пассивных систем стабилизации для наноспутников формата CubeSat, совершающих полёт по круговой орбите: аэродинамическая, аэродинамически-гравитационная, гравитационная и гравитационно-аэродинамическая, которые можно использовать применительно к диапазону высот доминирования определённого типа момента внешних сил и виду стабилизации (одноосная и трёхосная).
2. На основе полученных аналитических функций распределения максимального угла отклонения продольной оси наноспутника от требуемого направления (вектора орбитальной скорости или местной вертикали) выведены формулы для выбора проектных параметров (геометрических размеров, запаса статической устойчивости, моментов инерции), обеспечивающих при движении на круговых орбитах отклонение продольной оси наноспутника от требуемого направления меньше допустимого значения с заданной вероятностью на требуемой высоте полёта при заданных погрешностях начальной угловой скорости, формируемой системой отделения.
3. Получены формулы для определения критических значений продольной угловой скорости наноспутника, при котором выполняются условия возникновения резонансного движения. Общее число возможных резонансов достигает 22. Проведение поверочных расчётов по пространственной модели движения наноспутника относительно центра масс подтвердило правильность полученных формул.
4. Исключить резонансные режимы движения наноспутника можно заданием ограничения на величину продольной угловой скорости при отделении от пускового устройства, а также заблаговременным включением системы стабилизации с целью достижения рассогласования резонансного соотношения частот.

Спасибо за внимание!