



**САМАРСКИЙ** УНИВЕРСИТЕТ  
SAMARA UNIVERSITY

Институт авиационной и ракетно-космической техники  
Межвузовская кафедра космических исследований

Выпускная квалификационная работа на тему:

## АЛГОРИТМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НАНОКЛАССА ПО ПОКАЗАНИЯМ МАГНИТОМЕТРА И ДАТЧИКА ОСВЕЩЕННОСТИ

По направлению подготовки 24.03.01 Ракетные комплексы и  
космонавтика (бакалавриат)

Студент группы 1415-240301D Полухина Е.И.  
Руководитель: к.т.н., доцент Крамлих А.В.

Самара 2022

Цель: реализация и исследование алгоритмов определения ориентации космического аппарата нанокласса по одномоментным измерениям.

Задачи:

- Провести моделирование магнитного поля Земли;
- Провести моделирование положения Солнца;
- Реализовать алгоритмы (QUEST и TRIAD) одномоментного определения ориентации КА нанокласса;
- Провести параметрическое исследование алгоритмов QUEST и TRIAD.

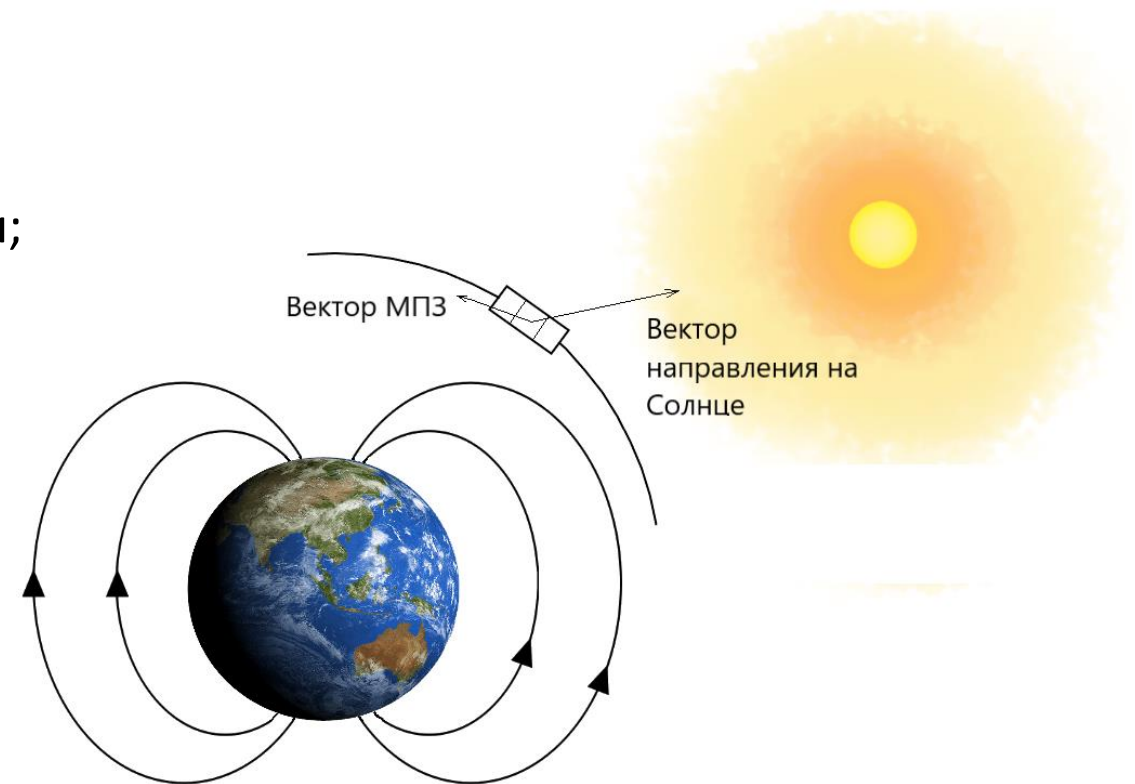


Рисунок 1 – Векторы МПЗ и направления на Солнце

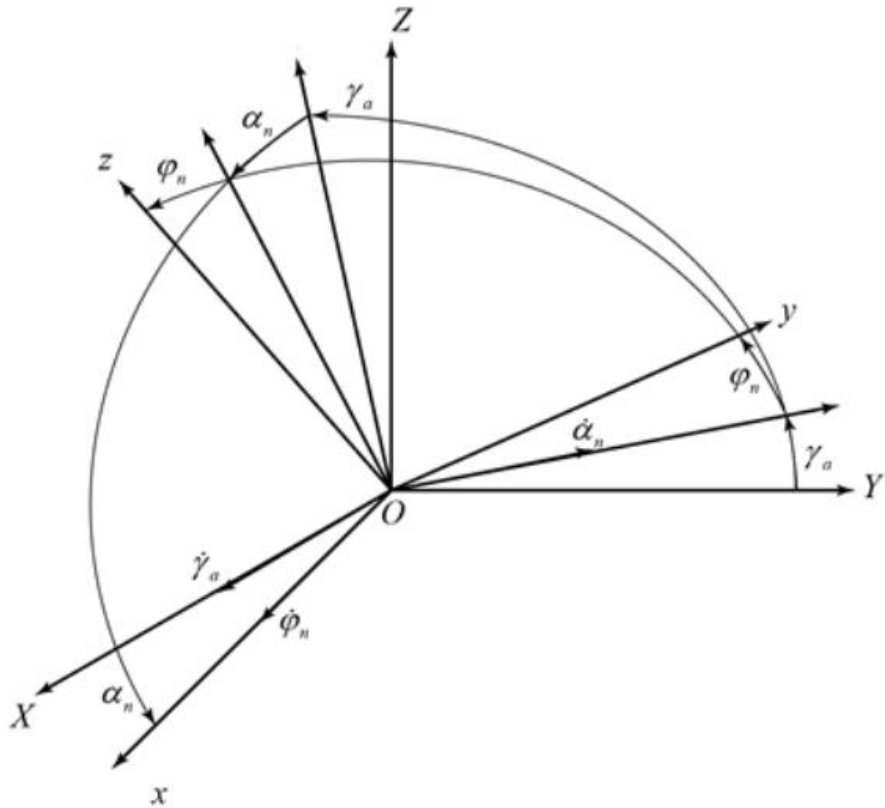


Рисунок 2 – Взаимное расположение орбитальной и связанной систем координат

При решении задачи определения ориентации КА нанокласса (наноспутника) используются следующие системы координат:

- Орбитальная система координат  $OXYZ$  (ОСК), центр которой находится в центре масс наноспутника, ось  $OX$  направлена вдоль вектора скорости центра масс наноспутника, ось  $OZ$  располагается в местной вертикальной плоскости и направлена вверх от поверхности Земли;
- Связанная система координат (ССК)  $Oxyz$  с началом в центре масс наноспутника, ось  $Ox$  - продольная ось наноспутника.

Связь между орбитальной системой координат  $OXYZ$  и связанной  $Oxyz$  осуществляется с помощью углов Эйлера: угла прецессии  $\psi$ , угла нутации  $\alpha$  и угла собственного вращения  $\varphi$ .



Поскольку задача определения ориентации решается по одномоментным измерениям, то:

- Задаются параметры орбиты: высота орбиты, наклонение, долгота восходящего узла (орбита считается круговой);
- Положение наноспутника на орбите задается по равновероятному закону ( аргумент широты  $u \in [0, 2\pi]$ );
- Ориентация наноспутника описывается с помощью углов Эйлера (угол прецессии  $\psi \in [0, 2\pi]$ , угол нутации  $\alpha \in [0, \pi]$ , угол собственного вращения  $\varphi \in [0, 2\pi]$ ).

Матрица перехода от ОСК к ССК определяется:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \sin \psi & -\sin \alpha \cos \psi \\ \sin \alpha \sin \varphi & \cos \varphi \cos \psi - \cos \alpha \sin \varphi \sin \psi & \cos \varphi \sin \psi + \cos \alpha \sin \varphi \cos \psi \\ \sin \alpha \cos \varphi & -\sin \varphi \cos \psi - \cos \alpha \cos \varphi \sin \psi & -\sin \varphi \sin \psi + \cos \alpha \cos \varphi \cos \psi \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Связь углов Эйлера с кватернионом поворота  $\lambda$ :

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= \cos \frac{\alpha}{2} \cos \left( \frac{\psi + \varphi}{2} \right), & \lambda_1 &= \cos \frac{\alpha}{2} \sin \left( \frac{\psi + \varphi}{2} \right), \\ \lambda_2 &= \sin \frac{\alpha}{2} \cos \left( \frac{\psi - \varphi}{2} \right), & \lambda_3 &= \sin \frac{\alpha}{2} \sin \left( \frac{\psi - \varphi}{2} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Используя соотношения (1) и (2) получим матрицу перехода, параметризованную с помощью кватернионов:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \lambda_0^2 + \lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \lambda_3^2 & 2(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_0\lambda_3) & 2(\lambda_1\lambda_3 - \lambda_0\lambda_2) \\ 2(\lambda_1\lambda_2 - \lambda_0\lambda_3) & \lambda_0^2 + \lambda_2^2 - \lambda_1^2 - \lambda_3^2 & 2(\lambda_0\lambda_1 + \lambda_2\lambda_3) \\ 2(\lambda_0\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3) & 2(\lambda_2\lambda_3 - \lambda_0\lambda_1) & \lambda_0^2 + \lambda_3^2 - \lambda_2^2 - \lambda_1^2 \end{bmatrix}. \quad (3)$$



В качестве модели магнитного поля Земли примем модель прямого диполя.  
Напряженность МПЗ в проекциях на оси ОСК имеет вид:

$$\begin{cases} H_X = \frac{\mu_M}{r^3} \sin i \cos u \\ H_Y = \frac{\mu_M}{r^3} \cos i \\ H_Z = -\frac{2\mu_M}{r^3} \sin i \sin u \end{cases}, \quad (4)$$

где  $\mu_M = 8,1 \cdot 10^6$  Тл  $\cdot$  км<sup>3</sup> — магнитный момент диполя;  
 $r$  — радиус-вектор наноспутника;  
 $i$  — наклонение орбиты;  
 $u$  — аргумент широты.



Алгоритм вычисления положения Солнца формулируется следующим образом:

- Находятся координаты Солнца, отнесенные к центру Земли, в системе мгновенной эклиптики даты:

$$\begin{aligned}t_c &= \frac{t - 51544,5}{36525}, \\u_3 &= 6,23999846 + 628,30194562 \cdot t_c, \\D &= 5,19870752 + 7771,37722506 \cdot t_c, \\\partial L_s &= 6892,76 \cdot \sin u_3 + 71,98 \cdot \sin(2u_3), \\\partial R_s &= (-16707,4 + 42 \cdot t_c) \cos u_3 - 139,57 \cdot \cos(2u_3) + 30,76 \cdot \cos D, \\L_s &= 4,93823996 + u_3 + r_s(6191,2 \cdot t_c + \partial L_s), \\B_s &= 0, \\R_s &= AU(1,0001398 + 10^{-6} \partial R_s).\end{aligned}$$

- Эклиптические координаты Солнца переводятся в АСК с помощью матрицы перехода  $\mathbf{R}$ :

$$\mathbf{R} = \mathbf{P}(t)^T \cdot \mathbf{R}_x(-\varepsilon),$$

где  $\varepsilon$  — угол наклона мгновенной эклиптики к среднему подвижному экватору;

$\mathbf{P}(t)$  — матрица прецессии;

$\mathbf{R}_x(-\varepsilon)$  — матрица поворота по часовой стрелке вокруг оси  $Ox$  на угол  $\varepsilon$ .



Задача определения ориентации наноспутника состоит в определении ортогональной матрицы направляющих косинусов  $\mathbf{M}$ , удовлетворяющей условиям:

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{V}_1 = \mathbf{W}_1, \quad \mathbf{M} \cdot \mathbf{V}_2 = \mathbf{W}_2, \quad (5)$$

где  $\mathbf{V}_1$  и  $\mathbf{V}_2$  – непараллельные единичные векторы;

$\mathbf{W}_1$  и  $\mathbf{W}_2$  – соответствующие им измерения (тоже единичные векторы).

Построим два ортонормированных базиса по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= \mathbf{V}_1, & \mathbf{r}_2 &= \frac{\mathbf{V}_1 \times \mathbf{V}_2}{|\mathbf{V}_1 \times \mathbf{V}_2|}, & \mathbf{r}_3 &= \frac{\mathbf{V}_1 \times (\mathbf{V}_1 \times \mathbf{V}_2)}{|\mathbf{V}_1 \times (\mathbf{V}_1 \times \mathbf{V}_2)|}. \\ \mathbf{s}_1 &= \mathbf{W}_1, & \mathbf{s}_2 &= \frac{\mathbf{W}_1 \times \mathbf{W}_2}{|\mathbf{W}_1 \times \mathbf{W}_2|}, & \mathbf{s}_3 &= \frac{\mathbf{W}_1 \times (\mathbf{W}_1 \times \mathbf{W}_2)}{|\mathbf{W}_1 \times (\mathbf{W}_1 \times \mathbf{W}_2)|}. \end{aligned}$$

Тогда существует единственная ортогональная матрица, которая выражается формулой:

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^3 \mathbf{s}_i \mathbf{r}_i^T. \quad (6)$$

Это и есть решение TRIAD.



Решение задачи определения ориентации наноспутника с использованием информации от датчиков освещенности и магнитометра сводится к решению так называемой задачи Вахбы, в которой  $\mathbf{M}_{x_1x_2}$  предполагалось отыскивать, исходя из минимизации целевой функции:

$$L(\mathbf{M}_{x_1x_2}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \alpha_i (\mathbf{W}_i - \mathbf{M}_{x_1x_2} \cdot \mathbf{V}_i)^2, \quad (7)$$

где  $\mathbf{M}_{x_1x_2}$  – матрица, описывающая связь ОСК и ССК, параметризованная с помощью кватернионов;  $\mathbf{W}_i, \mathbf{V}_i$  – вектор напряженности МПЗ и вектор направления на Солнце в ССК и ОСК соответственно;  $\alpha_i$  – весовой коэффициент ( $\alpha_i \neq 0$ ).

$$\mathbf{B} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \mathbf{W}_i \mathbf{V}_i^T, \quad \mathbf{S} = \mathbf{B} + \mathbf{B}^T, \quad \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} B_{23} - B_{32} \\ B_{31} - B_{13} \\ B_{12} - B_{21} \end{bmatrix}, \quad \lambda \approx \sum_{i=1}^N \alpha_i, \quad \sigma = \text{trace}(\mathbf{B}),$$

$$[(\lambda + \sigma)\mathbf{I} - \mathbf{S}]\mathbf{p} = \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{p} = [(\lambda + \sigma)\mathbf{I} - \mathbf{S}]^{-1}\mathbf{Z},$$

$$\mathbf{q} = \frac{1}{\sqrt{1 + \mathbf{p}^T \mathbf{p}}} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где  $\text{trace}(\mathbf{B})$  – след матрицы  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{I}$  – единичная матрица.





Рассчитаем угол между вектором направления на Солнце и вектором МПЗ по формуле:

$$\cos \alpha = \frac{(\mathbf{H}, \mathbf{A})}{|\mathbf{H}| \cdot |\mathbf{A}|}, \quad (9)$$

где  $\mathbf{H}$  – вектор МПЗ,  $\mathbf{A}$  – вектор направления на Солнце.

Для нахождения ошибки определения ориентации НС необходимо рассчитать матрицу ошибки определения ориентации наноспутника:

$$\mathbf{B}_{\text{ош}} = \mathbf{B}_{\Pi}^T \cdot \mathbf{B}, \quad (10)$$

где  $\mathbf{B}_{\Pi}$  – матрица перехода от ОСК к ССК с шумом,  
 $\mathbf{B}$  – матрица перехода от ОСК к ССК без шума.

Пространственный угол  $\Phi$ , который будет являться мерой ошибки определения ориентации наноспутника, определяется по следующей формуле:

$$\Phi = \arccos \left[ \frac{1}{2} (\text{trace} \mathbf{B}_{\text{ош}} - 1) \right], \quad (11)$$

где  $\text{trace} \mathbf{B}_{\text{ош}}$  – след матрицы  $\mathbf{B}_{\text{ош}}$ .



# РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

## Алгоритм TRIAD

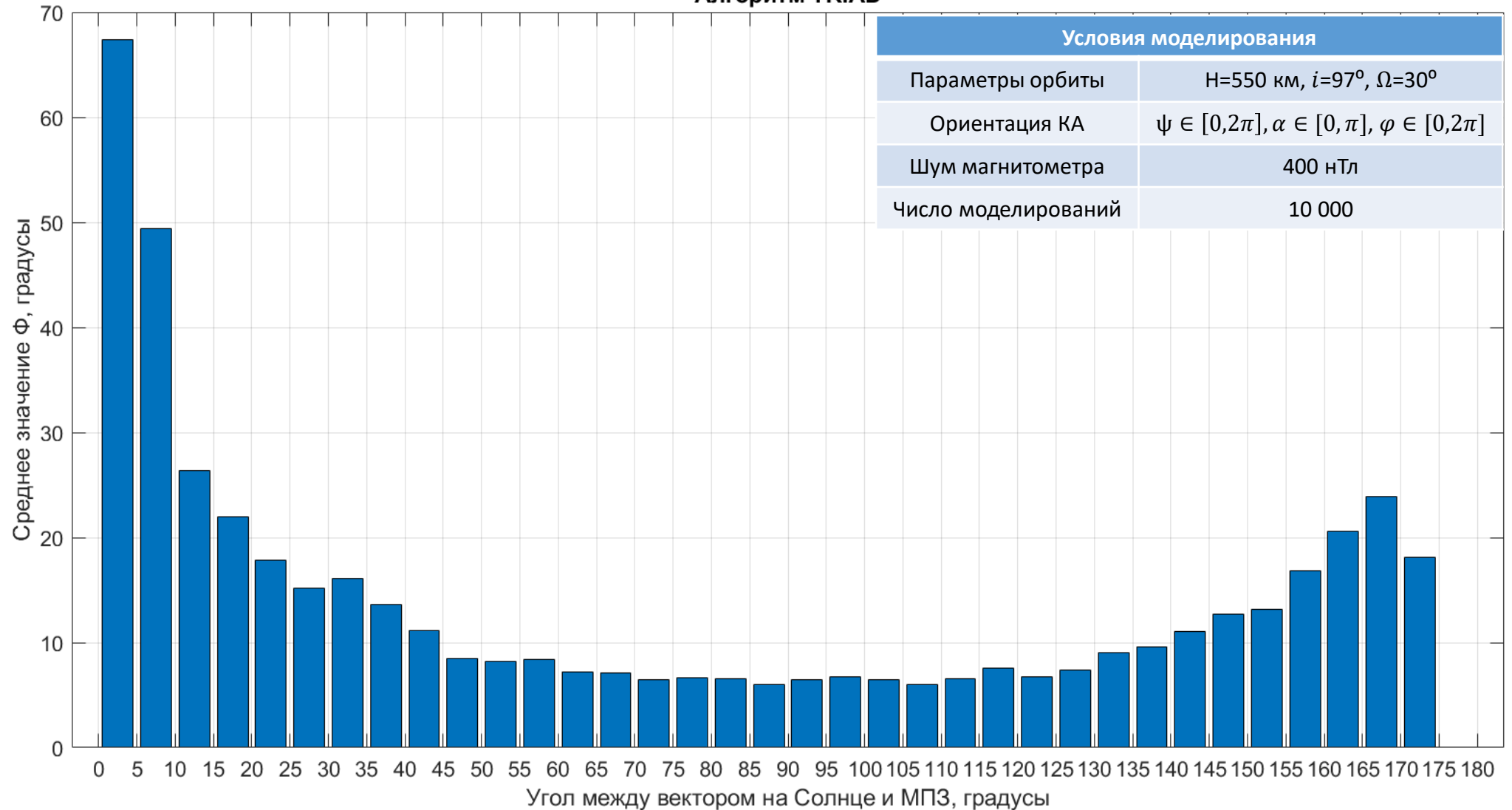


Рисунок 3 – Результат при решении задачи определения ориентации НС алгоритмом TRIAD



# РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

## Алгоритм QUEST

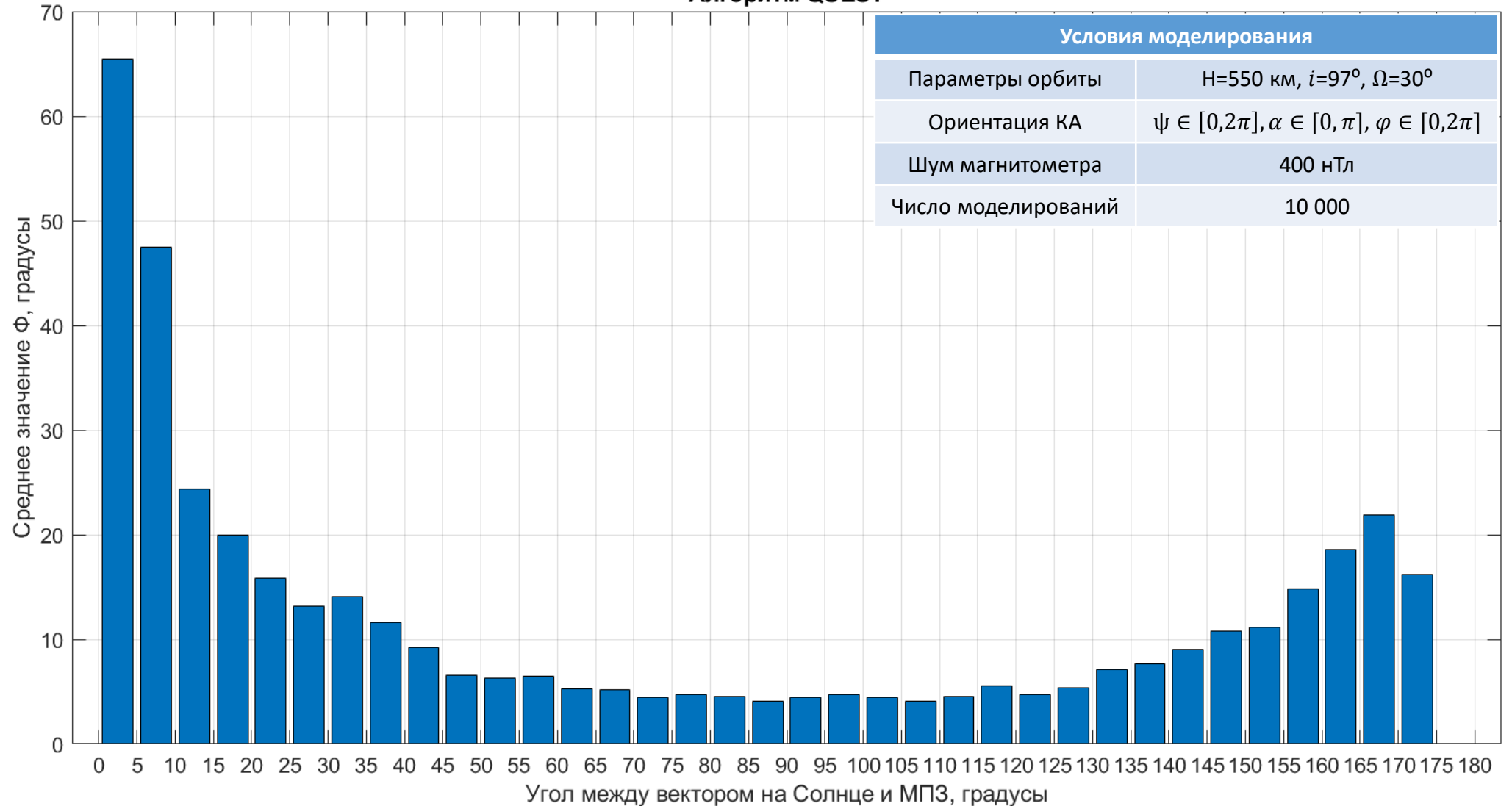


Рисунок 4 – Результат при решении задачи определения ориентации НС алгоритмом QUEST



Алгоритм QUEST

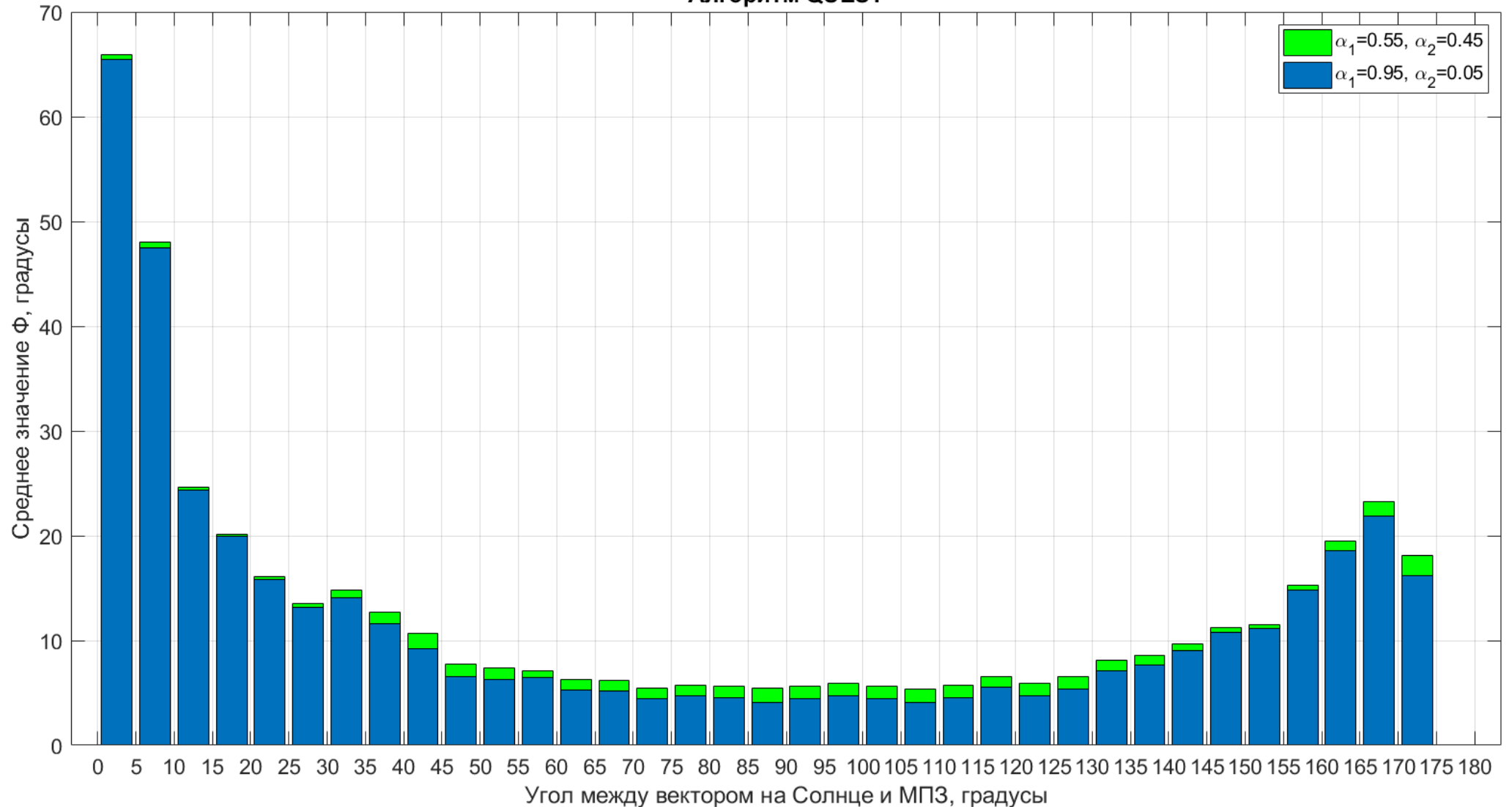


Рисунок 5 – Влияние весовых коэффициентов на ошибку определения ориентации НС

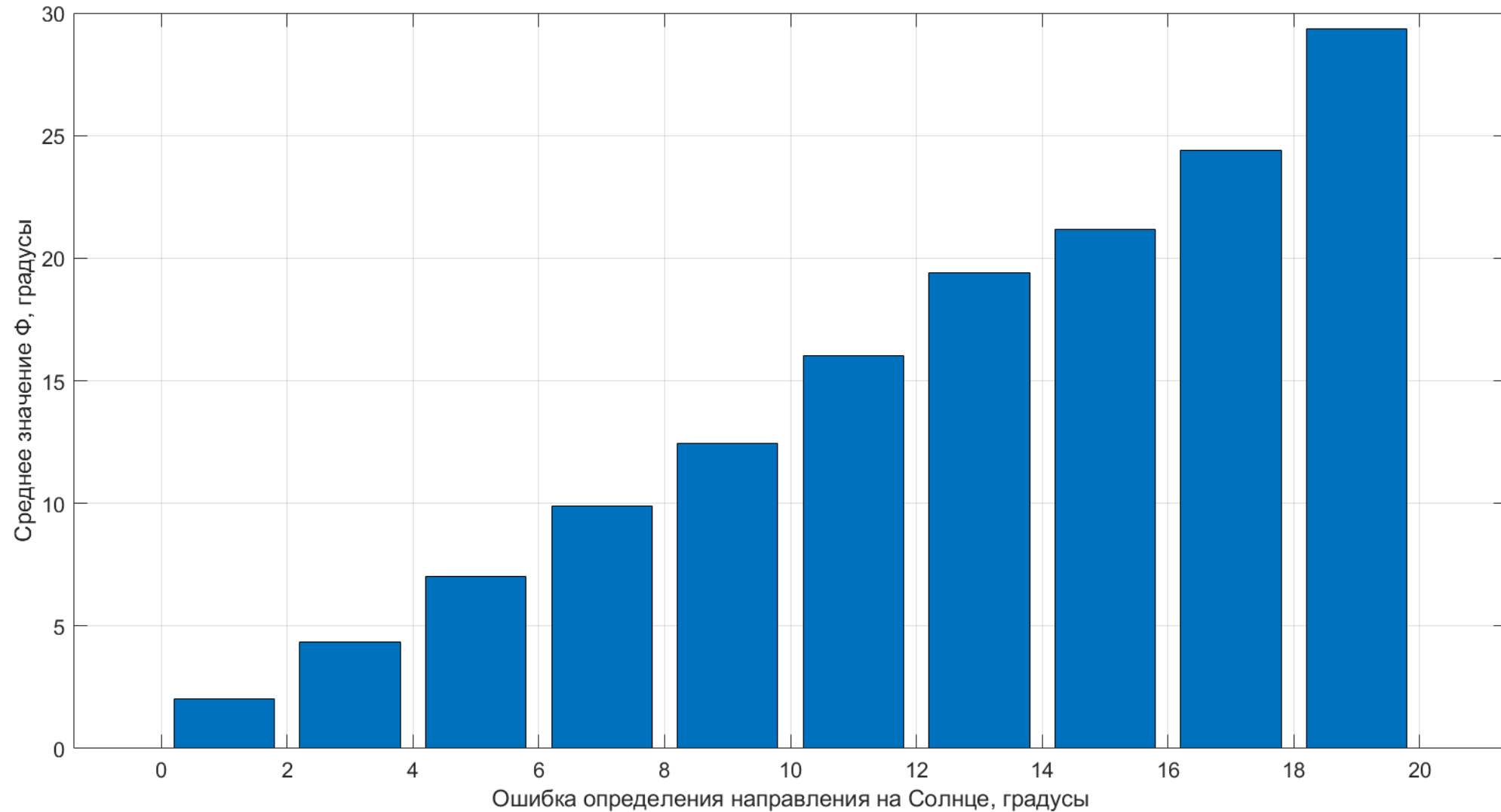


Рисунок 6 – Зависимость ошибки определения ориентации НС от ошибки определения вектора направления на Солнце



1. Изучены и реализованы в математическом пакете MATLAB модели МПЗ и положения Солнца.
2. Реализованы алгоритмы одномоментного определения ориентации наноспутника (QUEST и TRIAD) по показаниям магнитометра и датчика освещенности.
3. Проведено параметрическое исследование, по результатам которого можно сделать вывод о том, что алгоритм QUEST обеспечивает лучшую точность определения ориентации наноспутника по сравнению с алгоритмом TRIAD.
4. Для повышения точности определения ориентации наноспутника необходимо решать поставленную задачу в тех случаях, когда угол между вектором напряженности МПЗ и вектором направления на Солнце находится в диапазоне от 60 до 120 градусов. В этом случае погрешность определения ориентации будет составлять не более 6 градусов.
5. Поскольку датчики освещенности имеют меньшую точность, чем магнитометр, то в алгоритме QUEST весовой коэффициент при измерениях датчика освещенности должен быть меньше весового коэффициента при магнитометрических измерениях в 10-20 раз.





**САМАРСКИЙ** УНИВЕРСИТЕТ  
SAMARA UNIVERSITY

**БЛАГОДАРЮ  
ЗА ВНИМАНИЕ**