



**САМАРСКИЙ** УНИВЕРСИТЕТ  
SAMARA UNIVERSITY

Институт авиационной и ракетно-космической техники  
Межвузовская кафедра космических исследований

Выпускная квалификационная работа на тему:

## АНАЛИЗ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ВИДИМОСТИ НАВИГАЦИОННЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ В ПРОЦЕССЕ ПЕРЕОРИЕНТАЦИИ НАНОСПУТНИКА

По направлению подготовки 24.03.01 Ракетные комплексы и  
космонавтика (бакалавриат)

Студент группы 1415-240301D Миронов А.Е.  
Руководитель: к.т.н., доцент Крамлих А.В.

Самара 2022



Цель: анализ геометрической видимости навигационных космических аппаратов глобальных навигационных спутниковых систем в процессе переориентации наноспутника.

Задачи:

- Провести моделирование движения центра масс наноспутника.
- Провести моделирование управляемого углового движения наноспутника.
- Провести моделирование движения навигационных космических аппаратов (НКА) систем ГЛОНАСС/GPS.
- Реализовать алгоритм оценки геометрической видимости НКА.
- Провести анализ геометрической видимости НКА в процессе переориентации наноспутника.



Уравнения движения  
ЦМ:

$$\begin{cases} \dot{x} = V_x \\ \dot{y} = V_y \\ \dot{z} = V_z \\ \dot{V}_x = -\frac{\mu}{r^3}x \\ \dot{V}_y = -\frac{\mu}{r^3}y \\ \dot{V}_z = -\frac{\mu}{r^3}z \end{cases} \quad (1)$$

Кинематическое уравнение:

$$\dot{\Lambda} = \frac{1}{2} \Lambda \circ \omega_{абс} \quad (2)$$

Динамическое уравнение:

$$I\dot{\omega}_{абс} + \omega_{абс} \times I\omega_{абс} = M_{упр} + M_a + M_{гр} \quad (3)$$

Гравитационный момент:

$$\begin{aligned} M_{гр}^x &= \frac{3\mu}{R^3} (I_z - I_y) b_{23} b_{33}, \\ M_{гр}^y &= \frac{3\mu}{R^3} (I_x - I_z) b_{33} b_{13}, \\ M_{гр}^z &= \frac{3\mu}{R^3} (I_y - I_x) b_{13} b_{23}; \end{aligned} \quad (4)$$

где  $b_{ij} (i, j = \overline{1,3})$  – элементы матрицы перехода от орбитальной системы координат (СК) к связанной СК

Аэродинамический момент:

$$\begin{aligned} M_a^x &= 0, \\ M_a^y &= M_a \cos \varphi_n, \\ M_a^z &= -M_a \sin \varphi_n. \end{aligned} \quad (5)$$

где  $M_a = m_\alpha(\alpha_n, \varphi_n) q S l$ ,  
 $m_\alpha(\alpha_n, \varphi_n) = -C_{xa}(\alpha_n, \varphi_n) \Delta \bar{x} \sin(\alpha_n)$ .



Для перевода наноспутника из начального углового положения в требуемое, за время  $T$ , рассчитывается кинематическая траектория изменения элементов кватерниона:

$$\mu_i(t) = c_{i,1} + c_{i,2}t + c_{i,3}t^2 + c_{i,4}t^3 + c_{i,5}t^4 + c_{i,6}t^5, \quad (i=\overline{0,3}).$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} \Lambda(0) &= \Lambda_0, \\ \dot{\Lambda}(0) &= 0,5\Lambda_0 \circ (\omega_0 - \omega_{op6}), \\ \ddot{\Lambda}(0) &= 0,5(\dot{\Lambda}_0 \circ (\omega_0 - \omega_{op6}) + \Lambda_0 \circ (\dot{\omega}_0 - \dot{\omega}_{op6})), \\ \Lambda(t_k) &= \Lambda_k, \\ \dot{\Lambda}(t_k) &= 0,5\Lambda_k \circ (-\omega_{op6}), \\ \ddot{\Lambda}(t_k) &= 0,5(\dot{\Lambda}_k \circ (-\omega_{op6}) + \Lambda_k \circ (-\dot{\omega}_{op6})). \end{aligned}$$

Система алгебраических уравнений:

$$\begin{bmatrix} 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 & t_0^4 & t_0^5 \\ 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 & 4t_0^3 & 5t_0^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_0 & 12t_0^2 & 20t_0^3 \\ 1 & t_k & t_k^2 & t_k^3 & t_k^4 & t_k^5 \\ 0 & 1 & 2t_k & 3t_k^2 & 4t_k^3 & 5t_k^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_k & 12t_k^2 & 20t_k^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{i,1} \\ c_{i,2} \\ c_{i,3} \\ c_{i,4} \\ c_{i,5} \\ c_{i,6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_i^0 \\ \dot{\lambda}_i^0 \\ \ddot{\lambda}_i^0 \\ \lambda_i^k \\ \dot{\lambda}_i^k \\ \ddot{\lambda}_i^k \end{bmatrix}.$$

Управляющий момент:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{упр} &= \mathbf{I} \cdot \left( 2\Lambda_n^{-1}(t) \circ \ddot{\Lambda}_n(t) + \dot{\omega}_{op6}(t) - 2\Lambda_n^{-1}(t) \circ \dot{\Lambda}_n(t) \circ \Lambda_n^{-1}(t) \circ \dot{\Lambda}_n(t) \right) + \\ &+ (2\Lambda_n^{-1}(t) \circ \dot{\Lambda}_n(t) + \omega_{op6}(t)) \times \mathbf{I} \cdot \left( 2\Lambda_n^{-1}(t) \circ \dot{\Lambda}_n(t) + \omega_{op6}(t) \right) - (\mathbf{M}_a + \mathbf{M}_{гр}). \end{aligned} \quad (6)$$



## Пример кинематической траектории

Пример реализации рассчитанной программной траектории для текущего положения:

$\gamma_\alpha=30^\circ$ ,  $\varphi_n=70^\circ$ ,  $\alpha_n=60^\circ$  ( $\lambda_0=0,557$ ;  $\lambda_1=0,663$ ;  $\lambda_2=0,470$ ;  $\lambda_3=-0,171$ ).

И требуемого положения:

$\gamma_\alpha=0^\circ$ ,  $\varphi_n=45^\circ$ ,  $\alpha_n=180^\circ$  ( $\lambda_0=0,0001$ ;  $\lambda_1=0,0002$ ;  $\lambda_2=0,9241$ ;  $\lambda_3=-0,3826$ ).

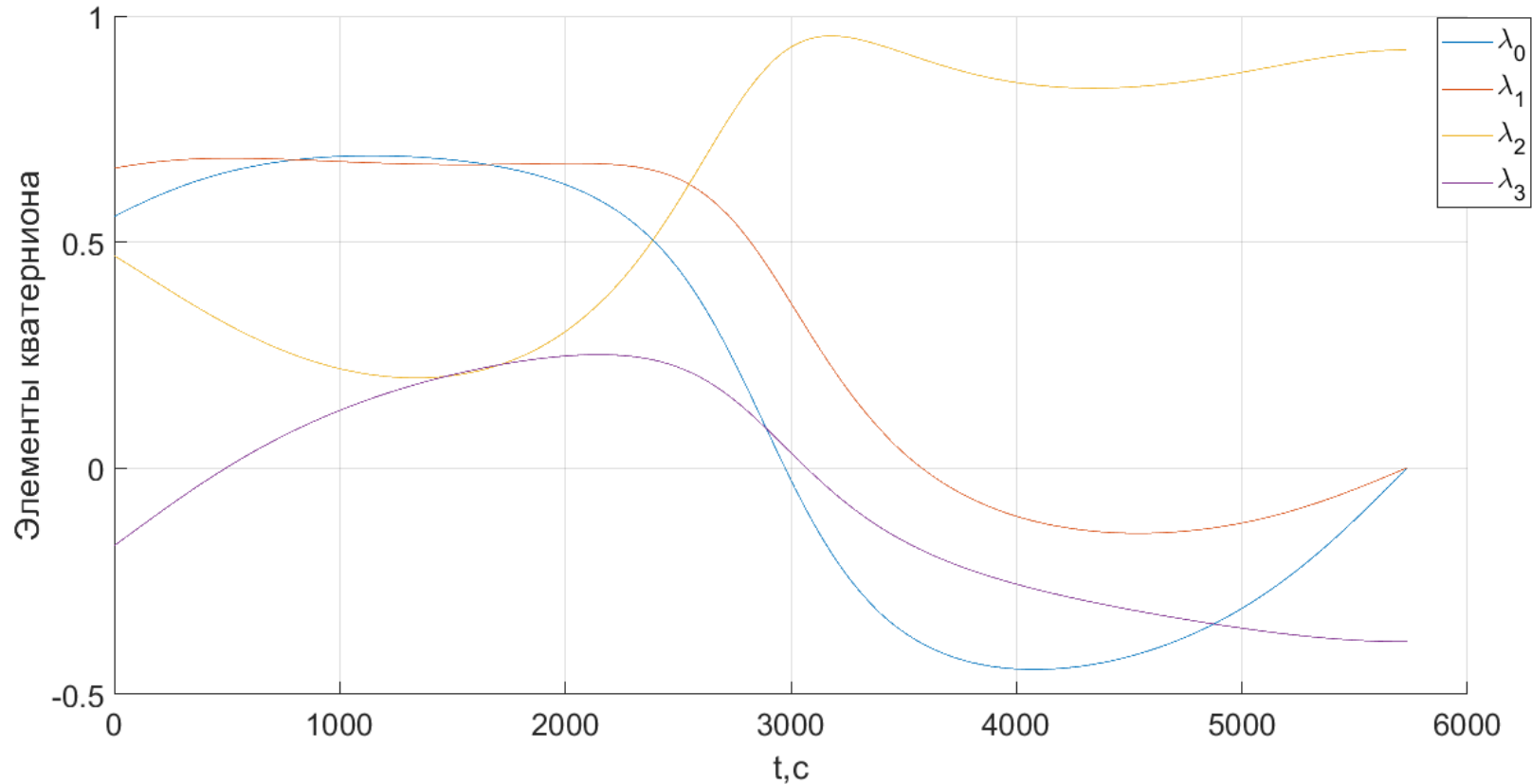


Рисунок 1 - Траектория поворота наноспутника



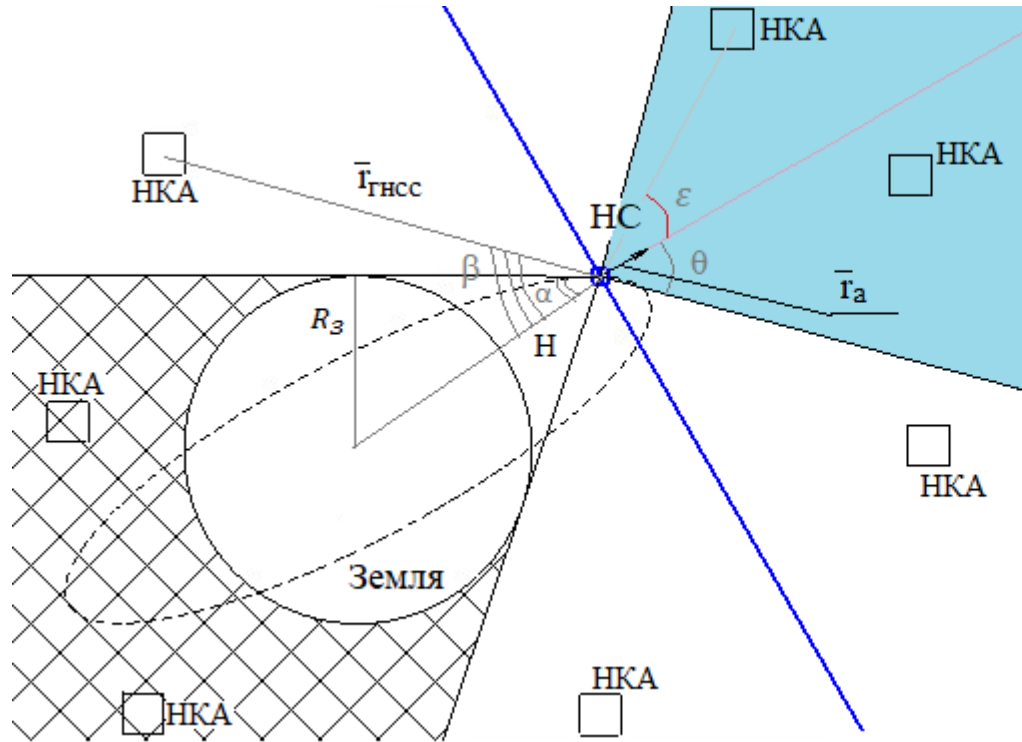
Кинематическая модель движения:

$$\begin{cases} x_j = r(\cos u_j \cos \Omega_j - \sin u_j \cos i_j \sin \Omega_j) \\ y_j = r(\cos u_j \sin \Omega_j + \sin u_j \cos i_j \cos \Omega_j) \\ z_j = r \sin u_j \sin i_j \\ V_{xj} = V_r(\cos u_j \cos \Omega_j - \sin u_j \cos i_j \sin \Omega_j) - V_n(\cos \Omega_j \sin u_j + \sin \Omega_j \cos u_j \cos i_j) \\ V_{yj} = V_r(\cos u_j \sin \Omega_j + \sin u_j \cos i_j \cos \Omega_j) - V_n(\sin \Omega_j \sin u_j - \sin \Omega_j \cos u_j \cos i_j) \\ V_{zj} = V_r \sin u_j \sin i_j - V_n \cos u_j \sin i_j \end{cases} \quad (7)$$

где  $j=\overline{1,24}$ .

Таблица 1 - Параметры орбитальных группировок ГЛОНАСС и GPS

Параметр	Значения ГЛОНАСС	Значение GPS
Общее количество спутников	24	24+
Высота орбит спутников	19 100 км	20 200 км
Наклонение орбит спутников	64,8°	55°
Количество орбитальных плоскостей	3	6
Взаимный сдвиг орбитальных плоскостей по долготе	120°	60°
Количество спутников в орбитальной плоскости	8	4
Расстояние между спутниками в одной плоскости	45°	90°



- Невидимая область НС
- Область затененная Землей
- Видимая область НС

Условия видимости:

$$\varepsilon < \theta$$

где  $\varepsilon$  – угол между вектором направлена  $i$ -ого НКА и вектором направлена антенны,  
 $\theta$  - угол полураствора конуса затенения.

Условия затенения Землёй:

$$\beta < \alpha$$

где  $\beta$  – угол между радиусом вектора наноспутника и вектором направленности,  
 $\alpha$  – угол конуса затенения Землей.

Рисунок 2 – Геометрическая видимость

$$\beta = \arccos\left(\frac{\vec{r}_a \cdot \vec{r}_{\text{НКА}}}{|\vec{r}_a| \cdot |\vec{r}_{\text{НКА}}|}\right)$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{R_3}{H + R_3}\right)$$



## Исходные данные

Таблица 2 - Параметры орбиты:

Наименование, ед. изм.	Величина
Высота орбиты $H$ , км	550
Долгота восходящего узла $\Omega$ , градусы	60
Наклонение $i$ , градусы	97,5

Таблица 3 - Начальное угловое положение

Наименование, ед. изм.	Величина
Начальный угол прецессии $\gamma_{\alpha}^0$ , градусы	30
Начальный угол нутации $\alpha_n^0$ , градусы	60
Начальный угол собственного вращения $\varphi_n^0$ , градусы	70

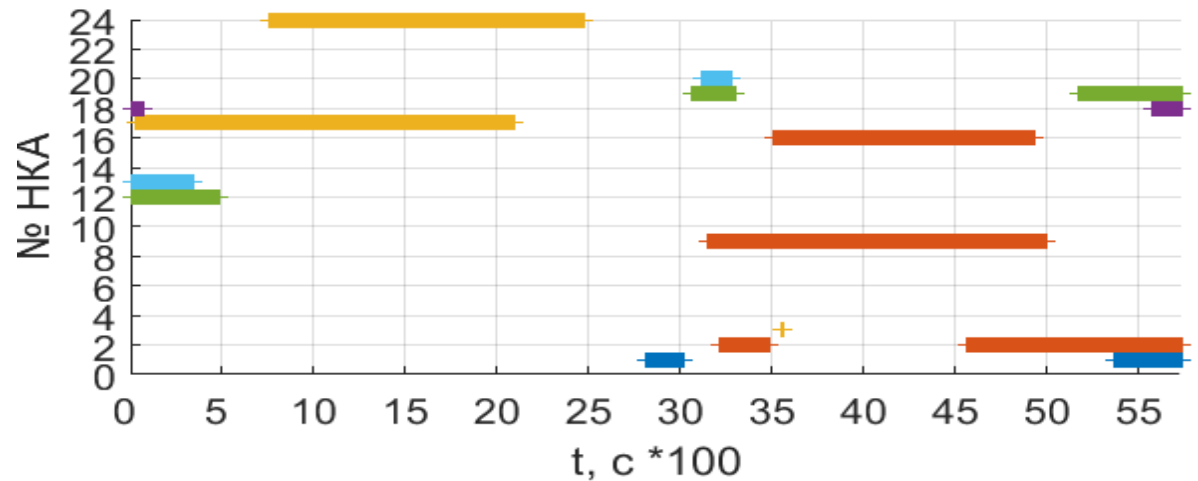
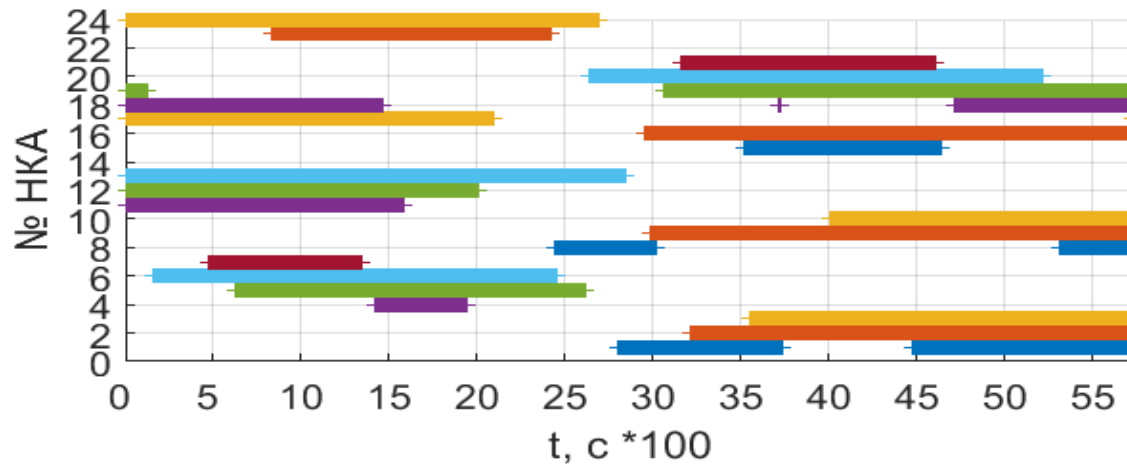
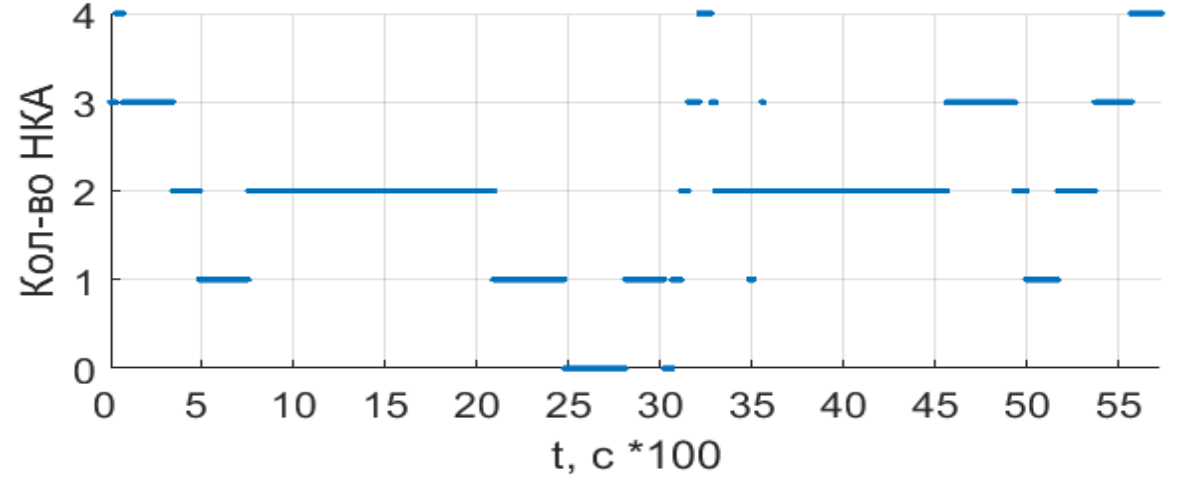
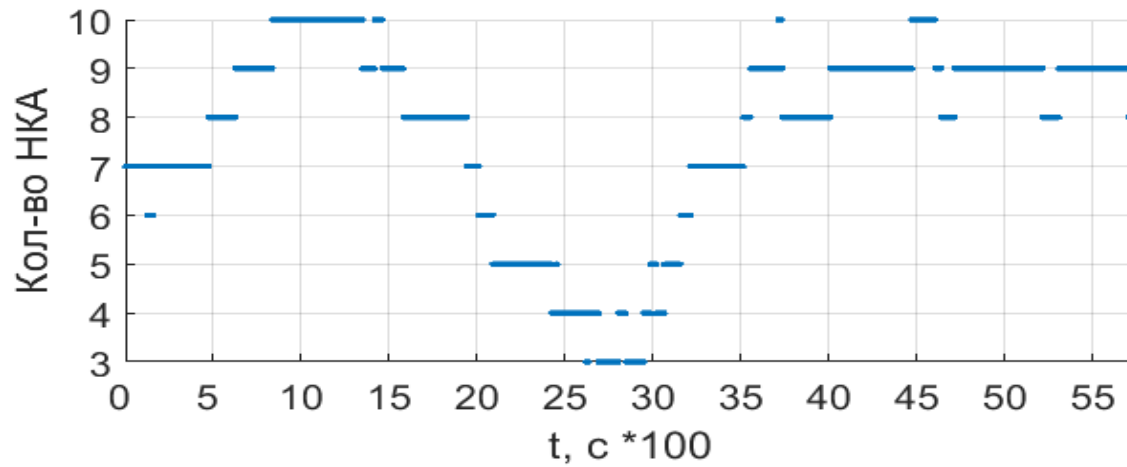
Таблица 4 - Конечное угловое положение

Наименование, ед. изм.	Величина
Конечный угол прецессии $\gamma_{\alpha}^k$ , градусы	0
Конечный угол нутации $\alpha_n^k$ , градусы	180
Конечный угол собственного вращения $\varphi_n^k$ , градусы	45





# Геометрическая видимость НКА ГЛОНАСС в процессе переориентации



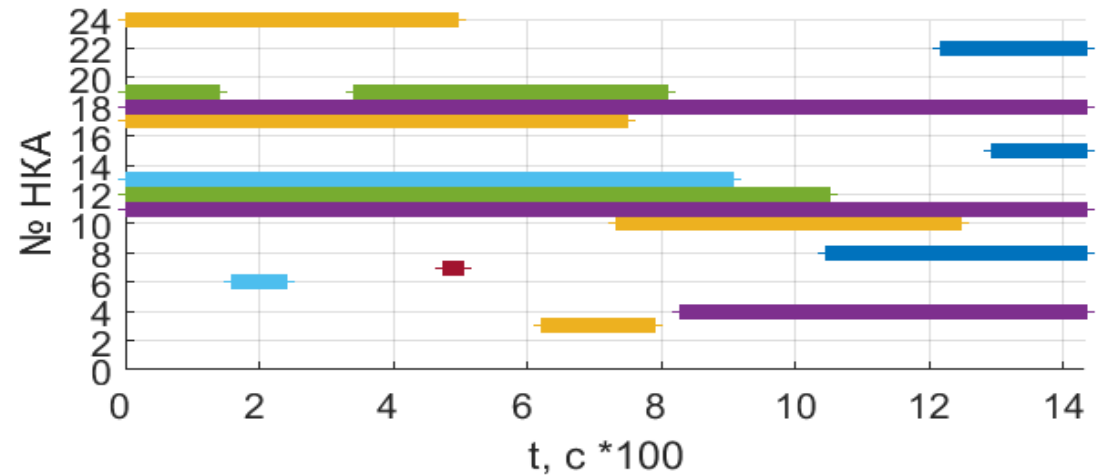
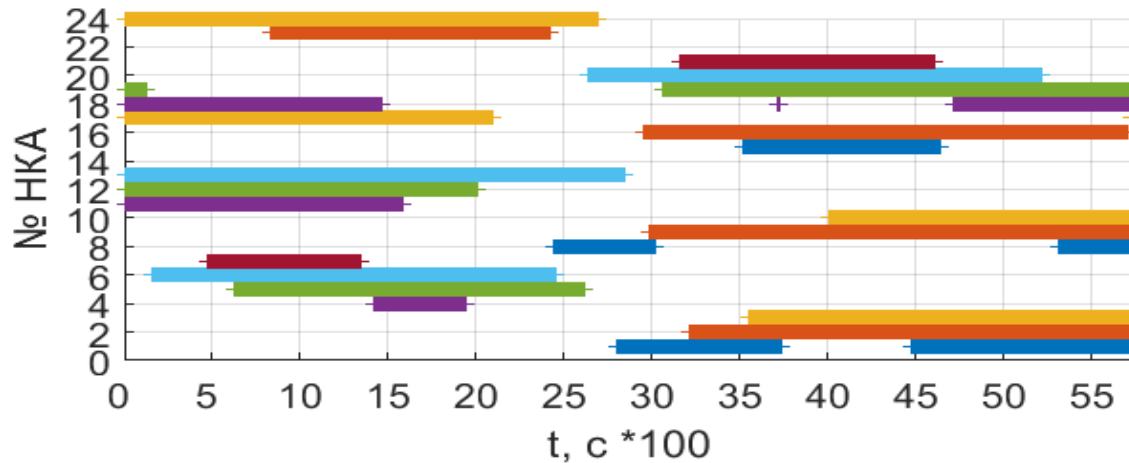
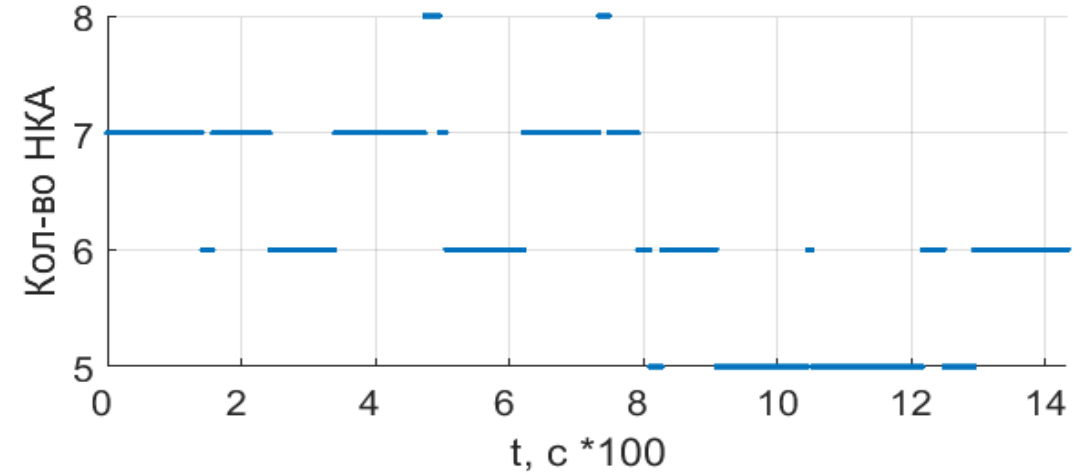
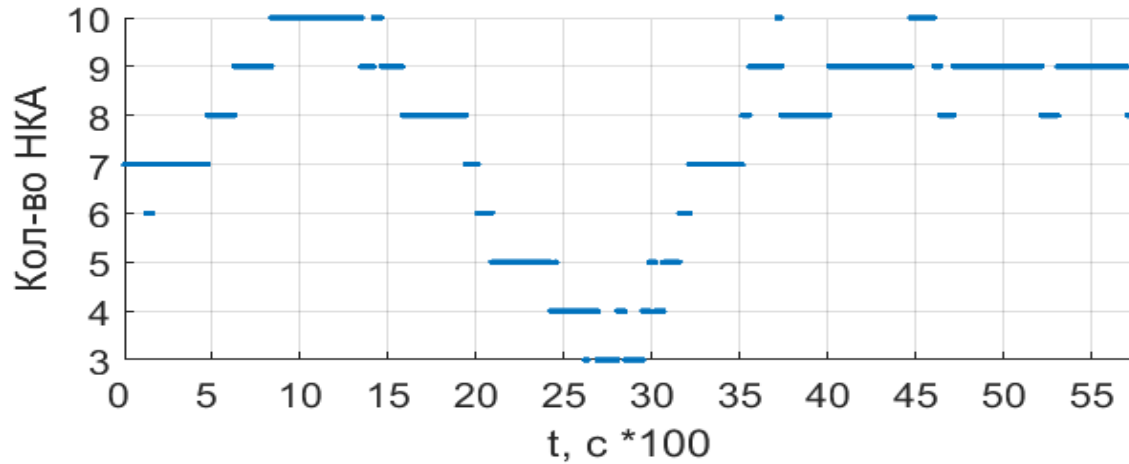
а) при  $\theta=90^\circ$

б) при  $\theta=45^\circ$

Рисунок 3 – Геометрическая видимость при разных углах полураствора конуса видимости



# Геометрическая видимость НКА ГЛОНАСС в процессе переориентации



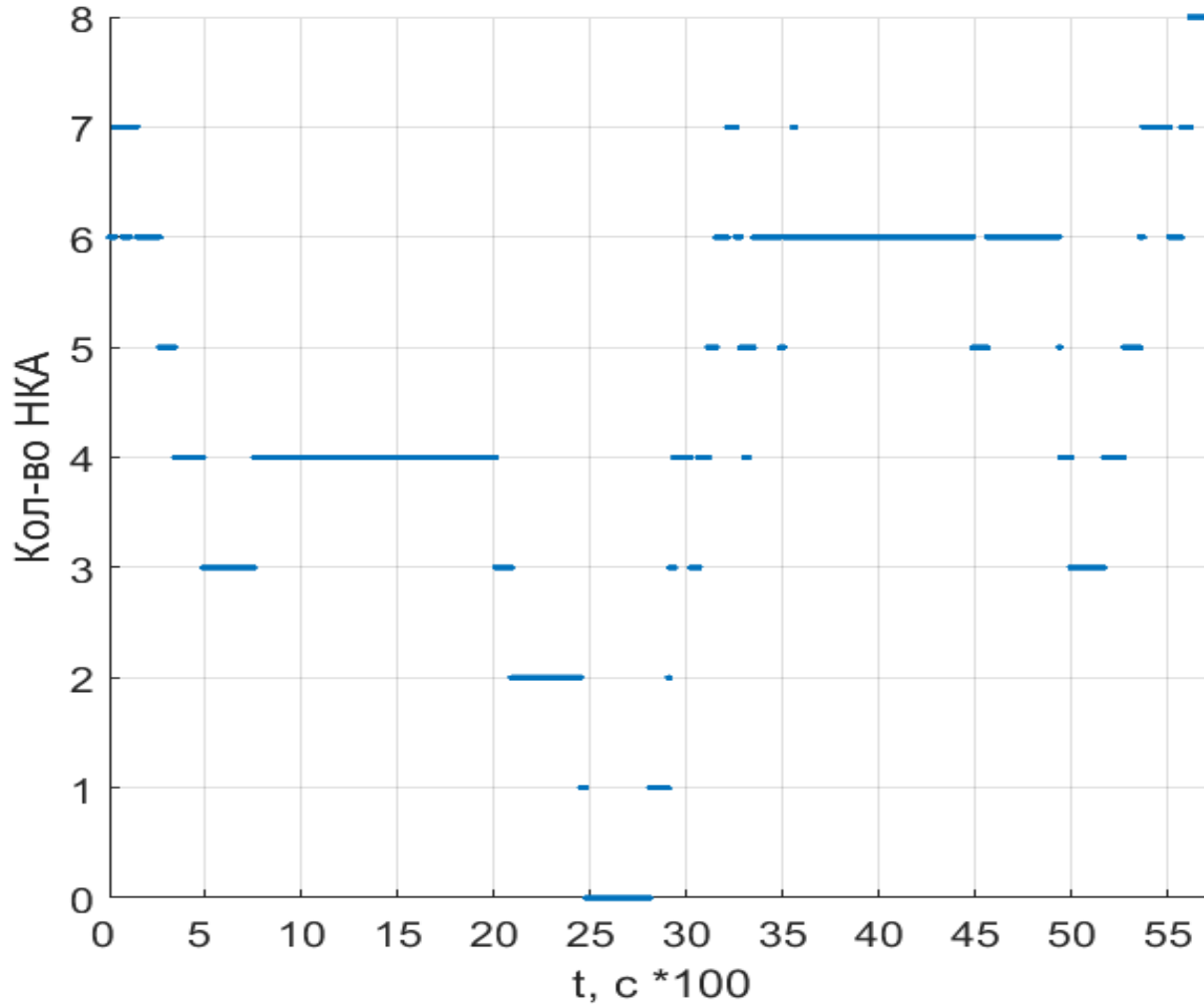
а) переориентация за один виток

б) переориентация за 1/4 витка

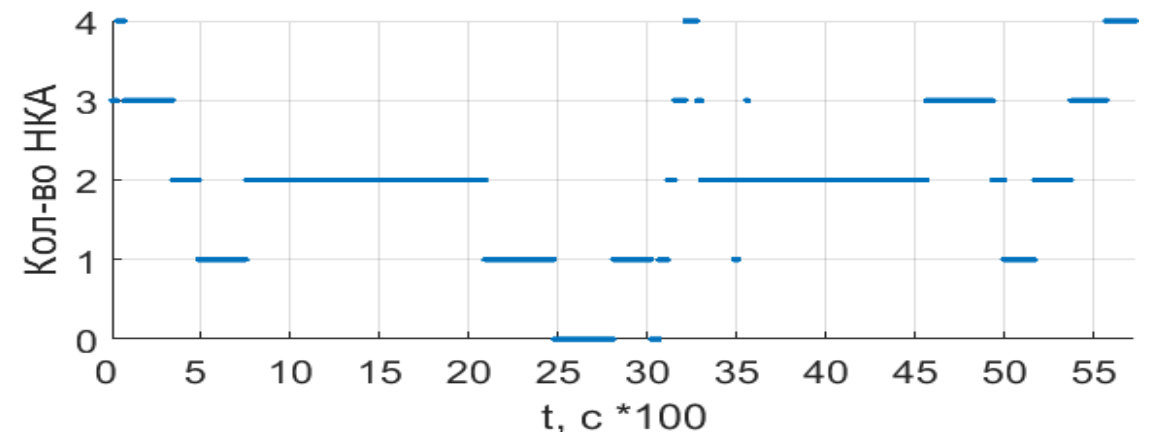
Рисунок 4 – Геометрическая видимость при разных интервалах переориентации



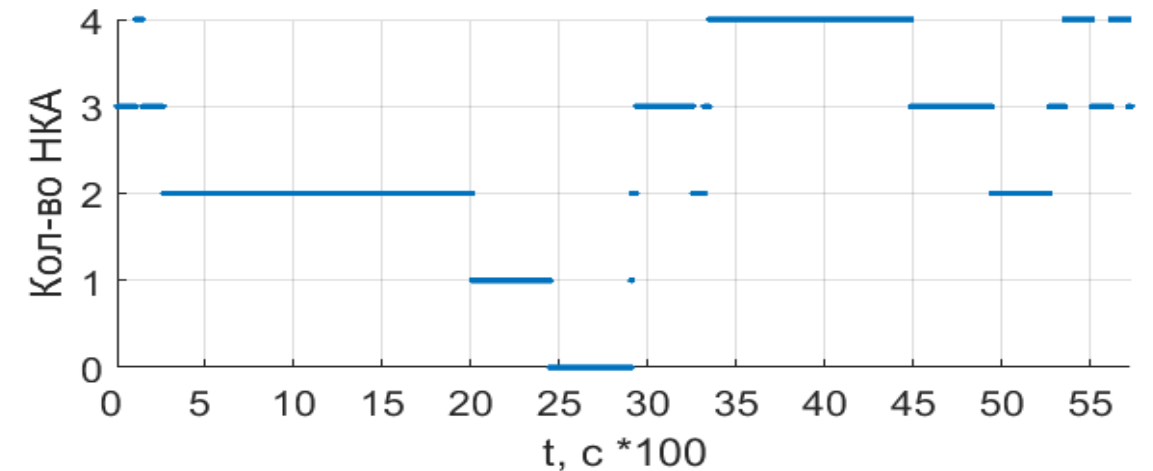
# Геометрическая видимость НКА в процессе переориентации наноспутника



а) использование системы ГЛОНАСС и GPS



б) использование системы ГЛОНАСС



в) использование системы GPS

Рисунок 5 – Геометрическая видимость при угле полураствора конуса видимости 45°



1. Реализован алгоритм поворота наноспутника из начального положения в требуемое на основе решения обратных задач динамики.
2. Проведено моделирование движения НКА ГНСС ГЛОНАСС и GPS.
3. Проведена оценка видимости НКА ГНСС на разных интервалах переориентации и при разных углах маски  $90^\circ$  и  $45^\circ$ . Если угол маски равен  $45^\circ$  градусам, то количество видимых НКА одной ГНСС недостаточно для решения навигационной задачи.
4. При угле маски равной  $90^\circ$  градусов, суммарная продолжительность интервалов времени, на котором количество видимых НКА не превышает трёх, составляет величину порядка 1100 с.



**САМАРСКИЙ** УНИВЕРСИТЕТ  
SAMARA UNIVERSITY

**БЛАГОДАРЮ  
ЗА ВНИМАНИЕ**