



SAMARA UNIVERSITY

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

«АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ
ПАРАМЕТРОВ ОРБИТЫ ОПОРНОГО КОСМИЧЕСКОГО
АППАРАТА НА ФОРМИРОВАНИЕ ИНСПЕКЦИОННОЙ
ОРБИТЫ»

по направлению подготовки 24.03.01 «Ракетные комплексы и
космонавтика» (уровень бакалавра)
направленность (профиль) «Малогабаритные космические аппараты
и наноспутники»

Выполнил: студент группы 1415-240301D

Игнатов Андрей Дмитриевич

Руководитель ВКР: к.т.н., доцент

Аваряскин Денис Петрович

Самара

2022



В настоящее время приобретает значимость задача постоянного мониторинга космических объектов, таких как международная космическая станция или другие крупногабаритные космические аппараты на орбите Земли. Так же необходимо проводить мониторинг и крупного космического мусора, для определения его формы и размеров.



Рисунок 1 – Иллюстрация инспекционного движения

Инспекционное движение – это периодически повторяющийся облёт одного спутника другим с целью его наблюдения, фотографирования, оценки формы или других качеств. При этом спутник, осуществляющий облёт называется инспектором, а его траектория представляет собой эллипс, в центре которого располагается инспектируемый КА, орбиты космических аппаратов компланарны. Большая полуось инспекционного эллипса в два раза больше малой.

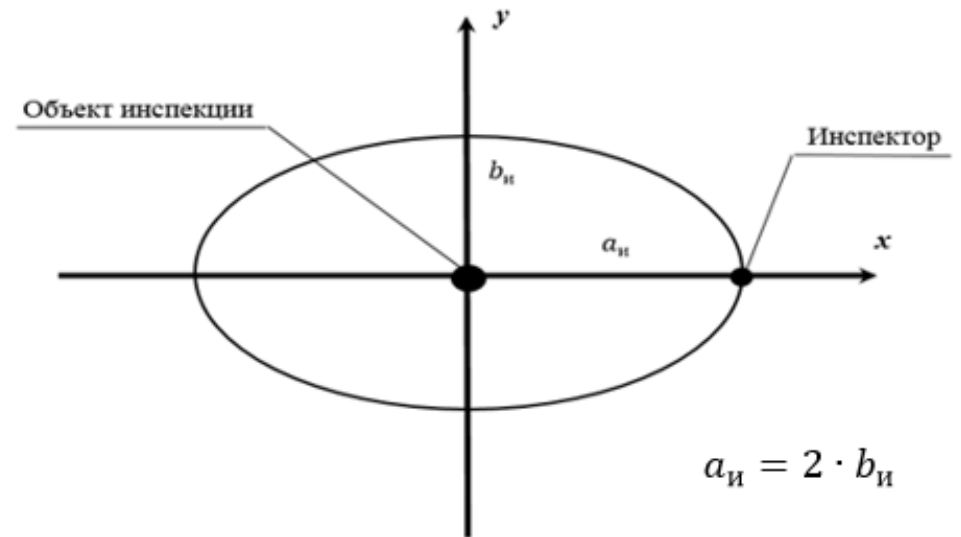


Рисунок 2 – Инспекционное движение



Цель работы

Разработать алгоритмы формирования инспекционного движения и провести исследование влияния параметров орбиты опорного космического аппарата на формирование инспекционной орбиты.

Задачи

1. Разработать алгоритм формирования инспекционного движения для круговых орбит опорного аппарата.

2. Разработать алгоритм формирования инспекционного движения для эллиптических орбит опорного аппарата.

3. Провести исследование влияния параметров орбиты опорного космического аппарата на инспекционную траекторию.



Отличие работы от аналогичных

Известно условие для формирования замкнутой траектории КА в ОСК. Приведя это условие к виду зависимости одной проекции начальной скорости КА от его другой проекции, координат в ОСК и параметров орбиты опорного КА, оно примет вид:

$$V_{x_{и}} = -\omega_{орб}y_0 - V_n + \sqrt{V_0^2 - (\omega_{орб}x_0 - V_r - V_{y_{и}})^2},$$

где $\omega_{орб}$ - орбитальная угловая скорость движения опорного КА, V_n - нормальная составляющая скорости опорного КА, V_r - радиальная составляющая скорости опорного КА, скорость инспектора в конкретной точке:

$$V_0 = \sqrt{\frac{2\mu}{R_0} - \frac{\mu}{a}},$$

где $R_0 = \sqrt{x_0^2 + (r + y_0)^2}$ - модуль радиуса-вектора инспектора в АГСК, a - большая полуось орбиты инспектора в АГСК.

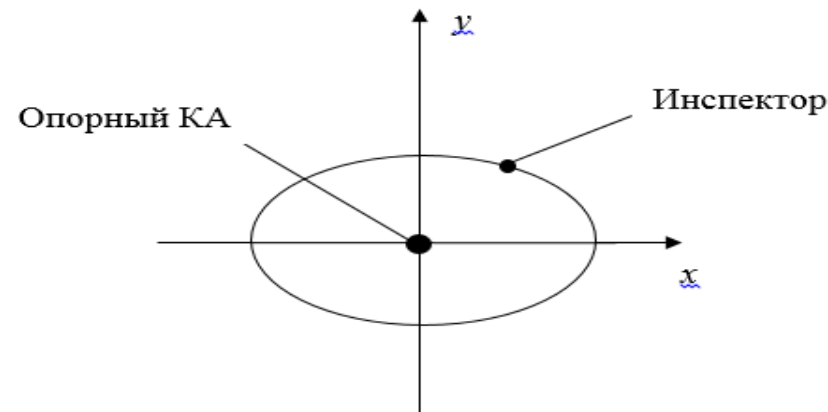


Рисунок 3 – Орбитальная система координат (ОСК)



На рисунке 4 показано моделирование замкнутых траекторий инспектора с начальными координатами $x_0 = 400$ м, $y_0 = 200$ м, варьируя $V_{yи}$ от -0.5 м/с до 0.5 м/с с шагом 0.1 м/с. Высота круговой орбиты опорного КА 1000 км. Таким образом показано семейство замкнутых траекторий, но только одна из них будет соответствовать инспектированию опорного КА, находящегося в центре ОСК.

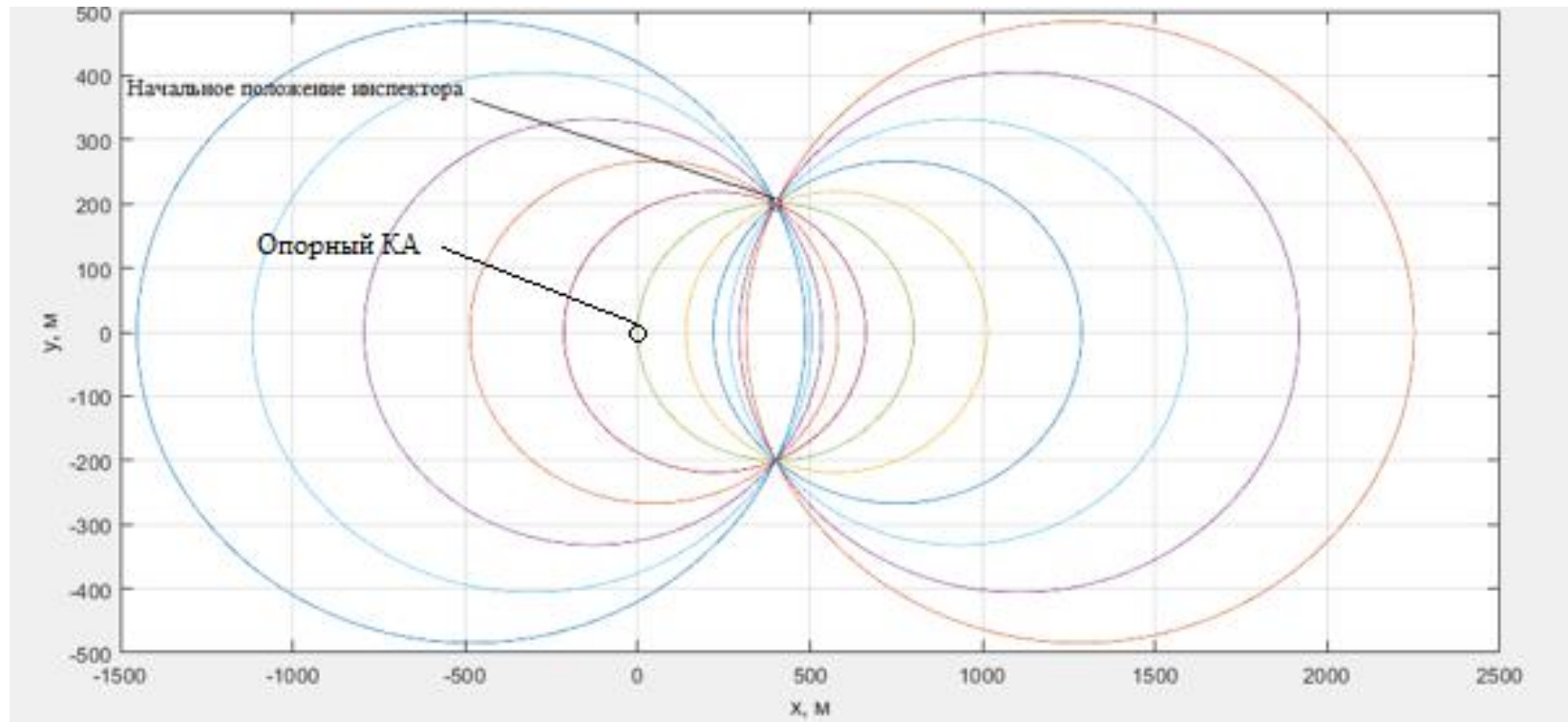


Рисунок 4 – Семейство замкнутых траекторий



Начальные условия: координаты инспектора в ОСК $x_{и}$ и $y_{и}$; положение опорного КА в АГСК $(X_0, Y_0, Z_0, V_{X_0}, V_{Y_0}, V_{Z_0})$ и соответственно элементы его орбиты (u – аргумент широты, Ω – долгота восходящего узла, i – наклонение орбиты). Найти: такие проекции скорости инспектора в ОСК $(V_{x_{и}}, V_{y_{и}}, V_{z_{и}})$, чтобы обеспечить инспекционное движение в плоскости опорного КА.

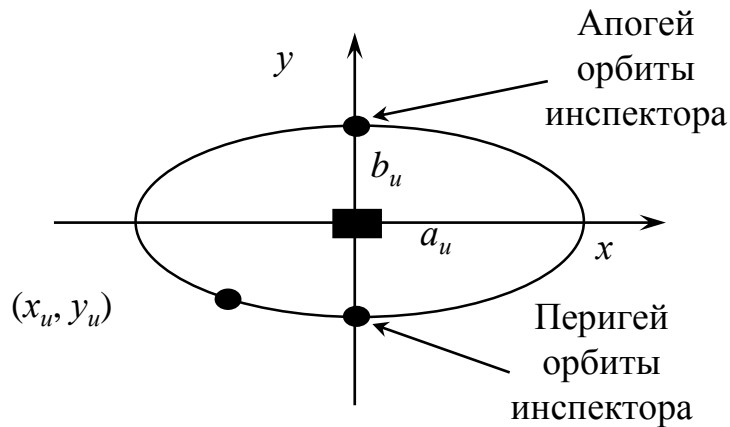


Рисунок 5 – Инспекционный эллипс в ОСК

Из канонического уравнения эллипса получим выражение для требуемой большой полуоси:

$$b_{и} = \frac{a_{и}}{2} \Rightarrow \frac{x_{и}^2}{a_{и}^2} + \frac{y_{и}^2}{(a_{и}/2)^2} = 1 \Rightarrow a_{и} = \sqrt{x_{и}^2 + 4y_{и}^2},$$

Находим радиус апогея и перигея инспектора в АГСК:

$$r_a = r + \frac{a_{и}}{2}, r_{п} = r - \frac{a_{и}}{2},$$

Из интеграла энергии найдем скорость инспектора в АГСК

$$V_{п}^2 - \frac{2\mu}{r_{п}} = V_0^2 - \frac{2\mu}{R_0} \Rightarrow V_0 = \sqrt{V_{п}^2 + \frac{2\mu(r_{п} - R_0)}{r_{п}R_0}}.$$

Из интеграла площадей найдем значение косинуса угла наклона вектора скорости к местному горизонту

$$r_{п}V_{п} = R_0V_0 \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{r_{п}V_{п}}{R_0V_0}$$

$$\begin{bmatrix} V_{x_{и}} \\ V_{y_{и}} \\ V_{z_{и}} \end{bmatrix} = M^{-1} \cdot \begin{bmatrix} V_x - V_{X_0} \\ V_y - V_{Y_0} \\ V_z - V_{Z_0} \end{bmatrix} + M^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \omega_z \cdot (Y_{и} - Y_0) - \omega_y \cdot (Z_{и} - Z_0) \\ \omega_x \cdot (Z_{и} - Z_0) - \omega_z \cdot (X_{и} - X_0) \\ \omega_y \cdot (X_{и} - X_0) - \omega_x \cdot (Y_{и} - Y_0) \end{bmatrix}$$

где $V_{x_{и}}, V_{y_{и}}, V_{z_{и}}$ – проекции скорости инспектора в ОСК, $V_{X_0}, V_{Y_0}, V_{Z_0}$ – проекции скорости в АГСК для опорного КА, $X_{и}, Y_{и}, Z_{и}$ – координаты инспектора в АГСК, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – угловые скорости опорного КА



На рисунке 6 представлено моделирование инспекционного движения для значений координат инспектора $x_0 = 400$ м, $y_0 = 200$ м.

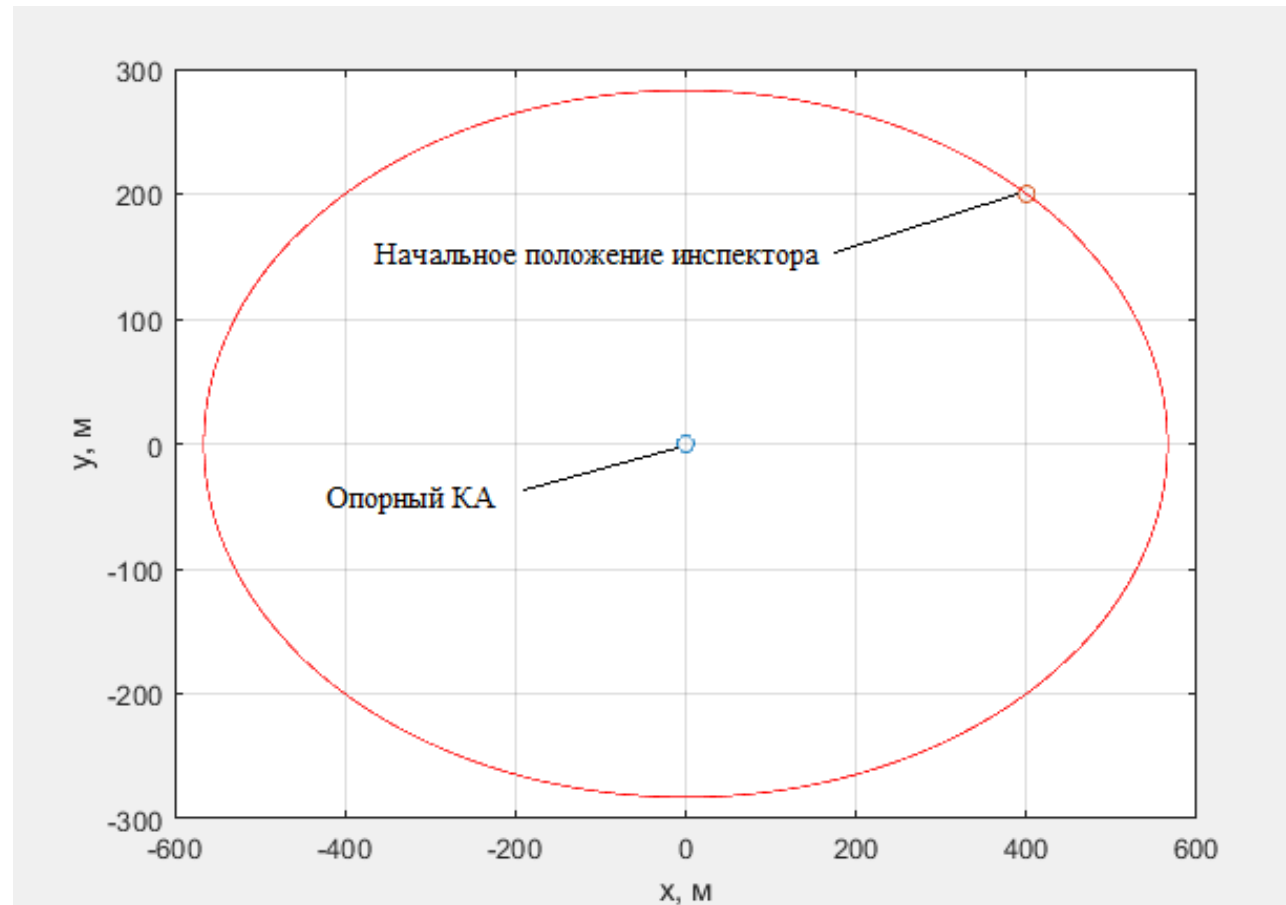


Рисунок 6 – Инспекционное движение

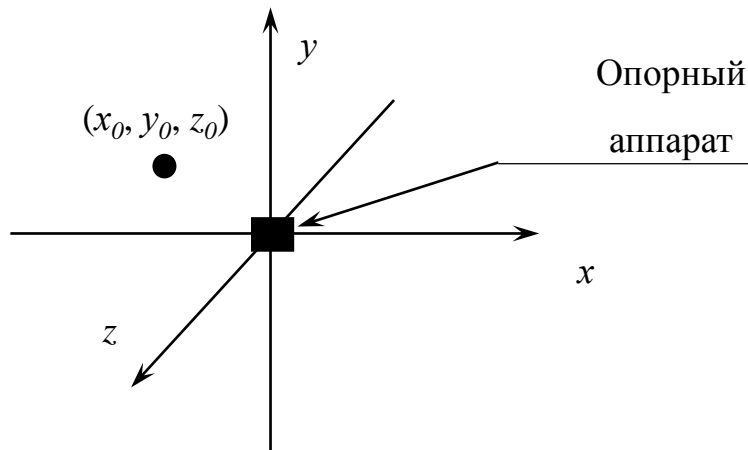


Рисунок 7 – Исходное положение инспектора относительно опорного КА

1. Предлагается сначала отыскать проекцию $V_{y_{и}}$ с помощью алгоритма для плоского случая, описанного выше. То есть сначала принимается $z_0 = 0$.
2. Далее определяется реальное значение модулей радиуса-вектора и скорости инспектора в АГСК с учётом заданного значения z_0 :

$$R_0 = \sqrt{x_0^2 + (r_{оп} + y_0)^2 + z_0^2}, V_0 = \sqrt{\frac{2\mu}{R_0} - \frac{\mu}{a}},$$

где $a = r$ – условие равенства орбитальных энергий, которое для невозмущённого движения эквивалентно равенству больших полуосей (равенству периодов обращения).

3. $V_{x_{и}} = -\omega_{орб}y_0 - V_n + \sqrt{V_0^2 - (\omega_{орб}x_0 - V_r - V_{y_{и}})^2}$



Случай движения в пространстве круговой орбиты опорного КА (Результат)

Рассмотрим пример, представленный ранее ($x_0 = 400$ м, $y_0 = 200$ м), только теперь добавим координату z_0 . Для сравнения рассмотрим разные значения начальной координаты z_0 : $z_{01} = 0$ м, $z_{02} = 1000$ м, $z_{03} = 2000$ м, $z_{04} = 3000$ м, $z_{05} = 4000$ м.

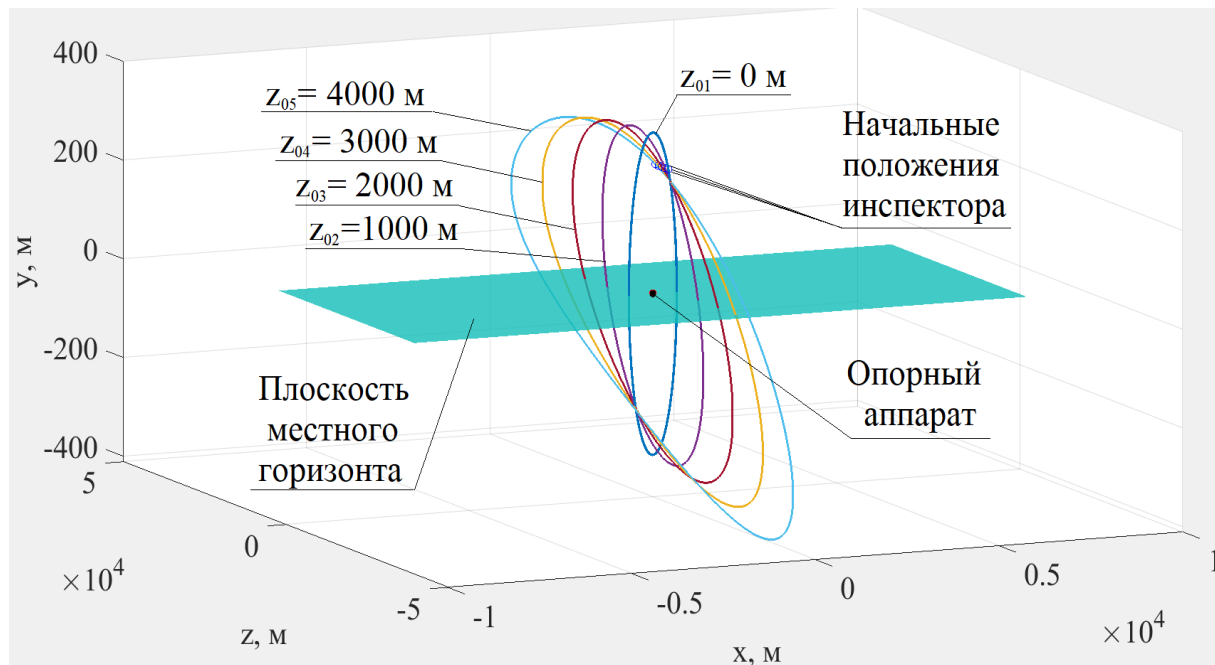


Рисунок 8 – Инспекционные траектории в пространстве (не в масштабе)

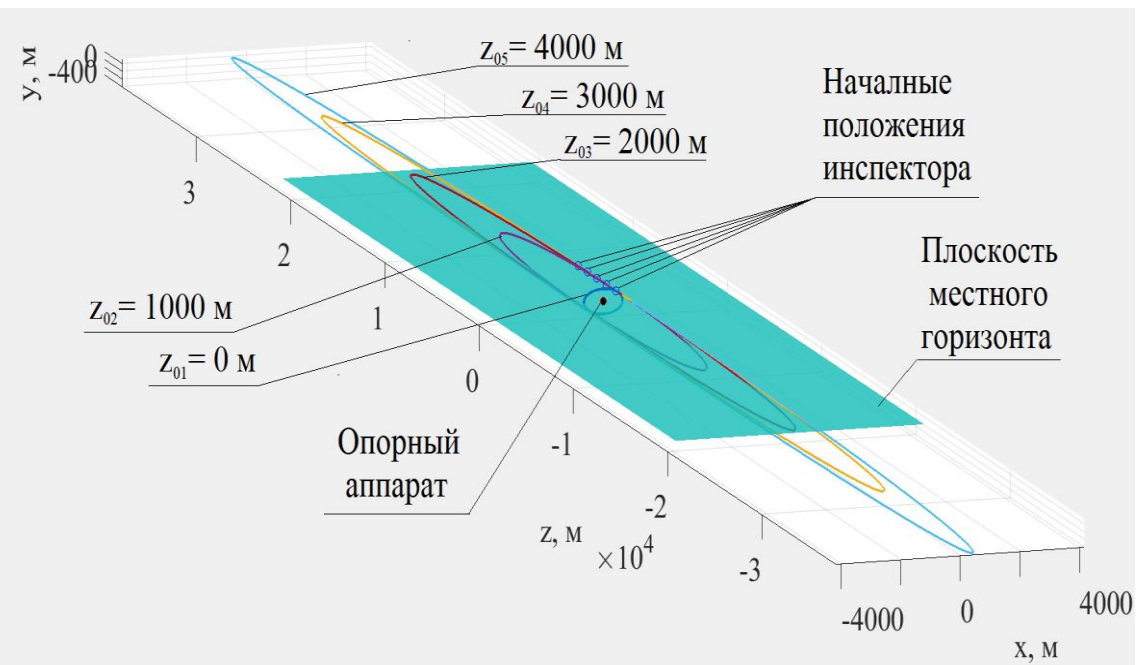


Рисунок 9 – Инспекционные траектории в пространстве (в масштабе)

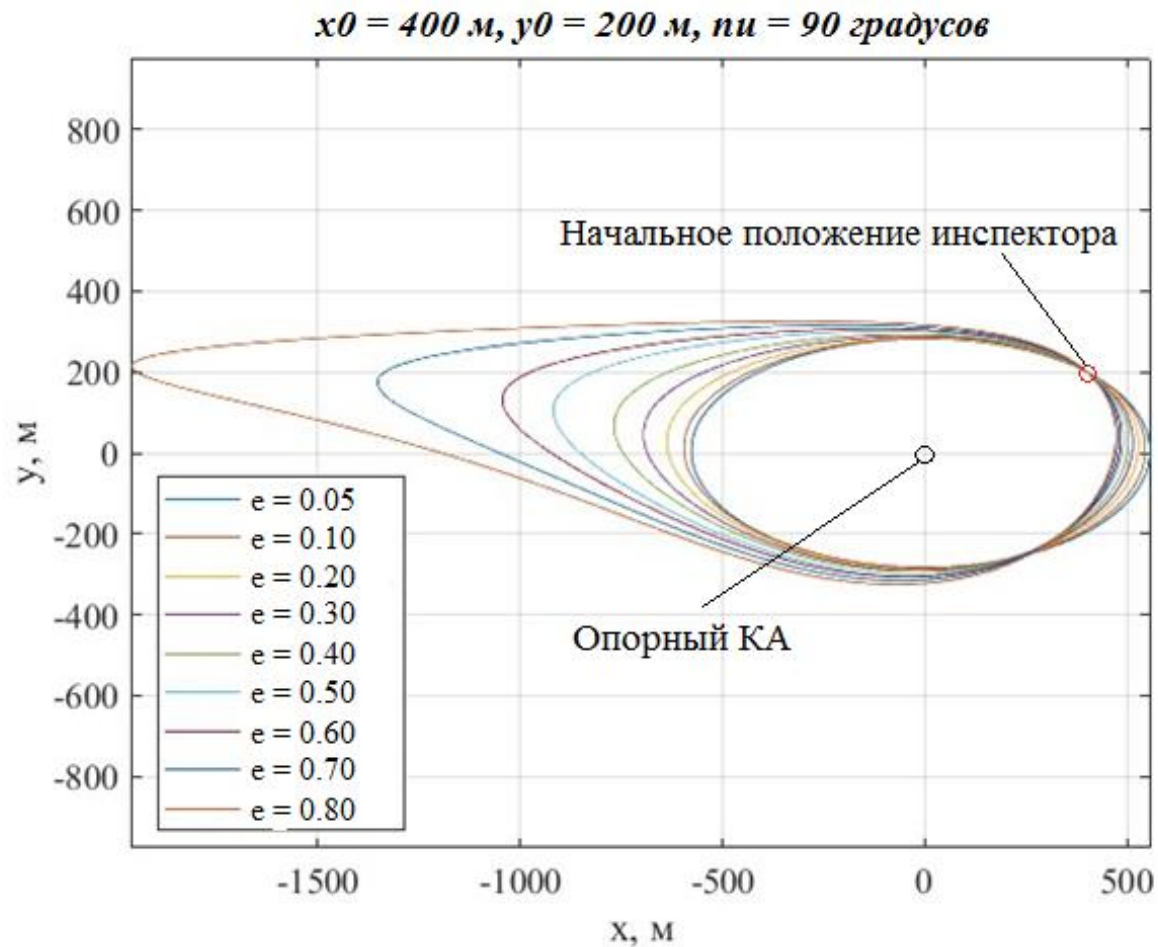


Рисунок 10 – Изменение замкнутой траектории в зависимости от эксцентриситета

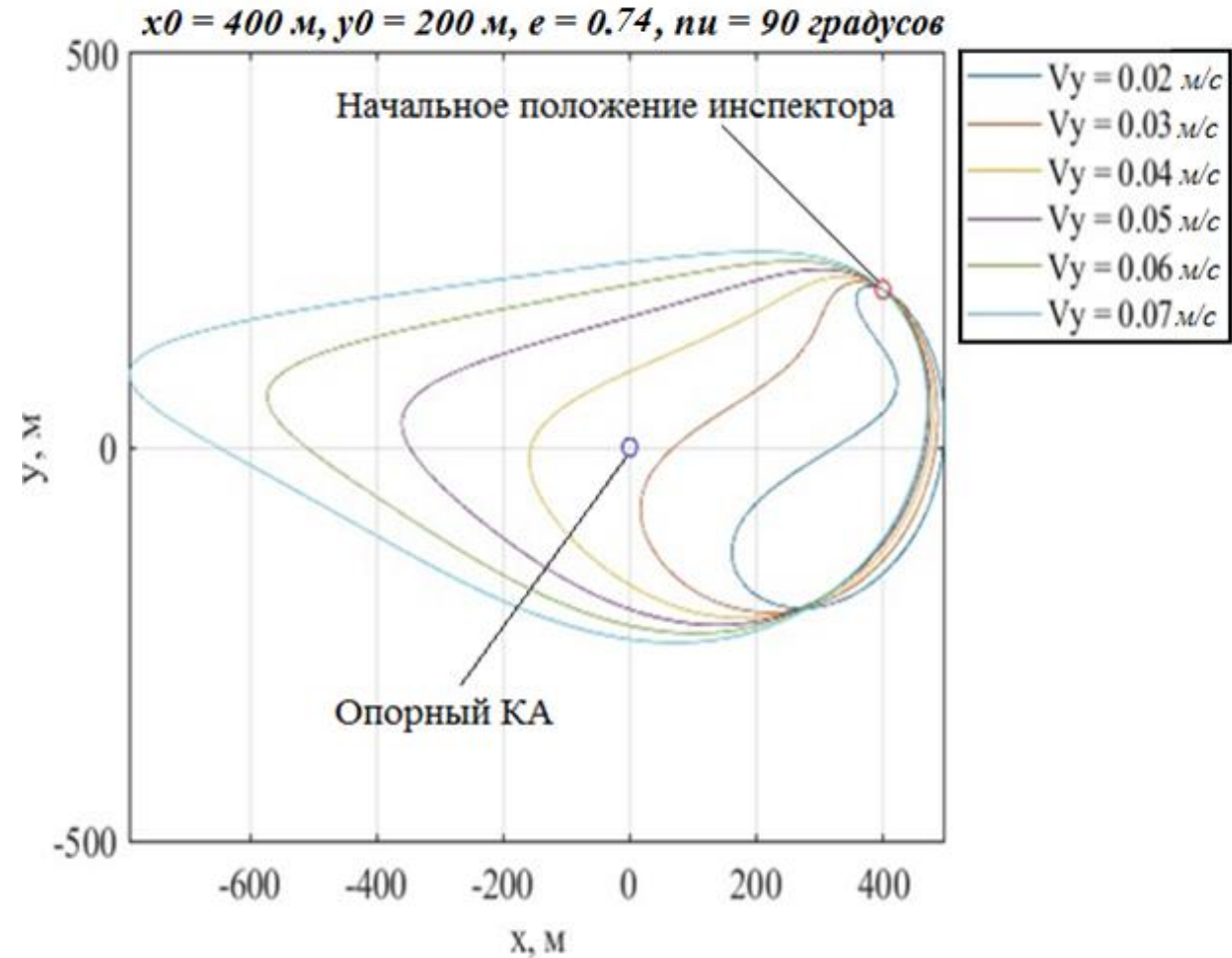


Рисунок 11 - Семейство замкнутых инспекционных траекторий для орбиты типа «Молния»¹

¹ Высота перигея 500 км, высота апогея 40000 км.

$$V_{yи} = \frac{\omega_{орб} \cdot x_0}{2}$$

$$V_{xи} = -\omega_{орб} y_0 - V_n + \sqrt{V_0^2 - (\omega_{орб} x_0 - V_r - V_{yи})^2}$$



Под инспекционным движением понимается периодически повторяющийся облёт опорного спутника инспектором, при этом траектория инспектора должна соответствовать критерию минимальности максимального расстояния между КА. То есть из всех возможных траекторий оптимальной считается та, у которой максимальное удаление инспектора от опорного КА будет минимальным.

Условие оптимальности траектории: $\min(d_{max})$

d_{max} - максимальное удаление инспектора от опорного КА

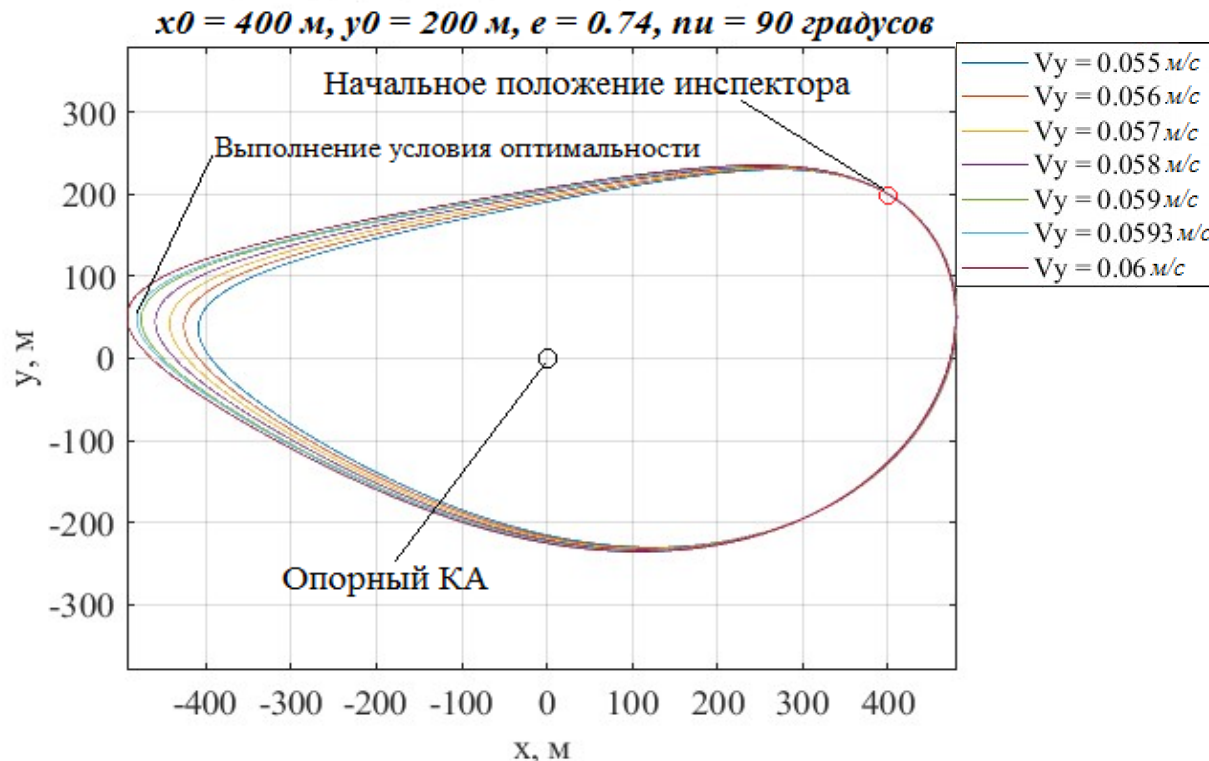


Рисунок 12 – Семейство замкнутых относительных траекторий

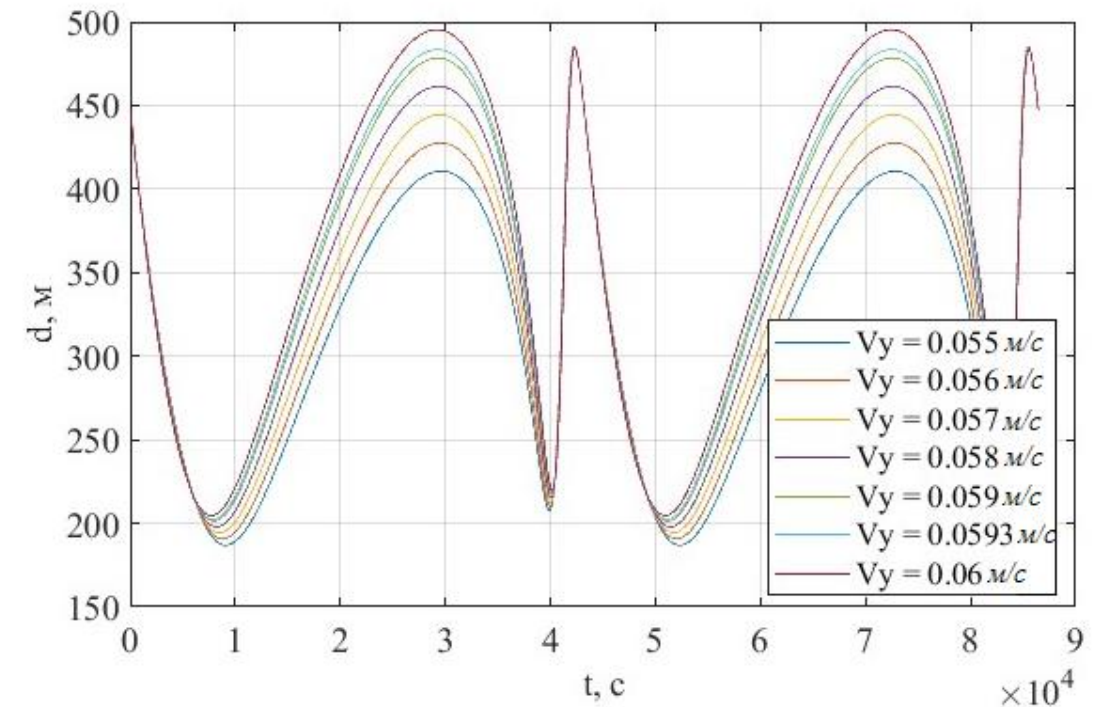


Рисунок 13 – Зависимость расстояния между КА от времени



Формирование инспекционных траекторий

В качестве первого приближения предлагается использовать известное выражение:

$$V_{x_{ин}} = -\omega_{орб} y_0 - V_n + \sqrt{V_0^2 - (\omega_{орб} x_0 - V_r - V_{y_{ин}})^2}$$

$$V_{y_{ин}} = \frac{\omega_{орб} \cdot x_0}{2}$$

Полученные значения проекций скорости позволяют определить приближённую окрестность для поиска таких значений, которые обеспечивают выполнение критерия оптимальности инспекционной траектории:

Условие оптимальности траектории: $\min(d_{max})$

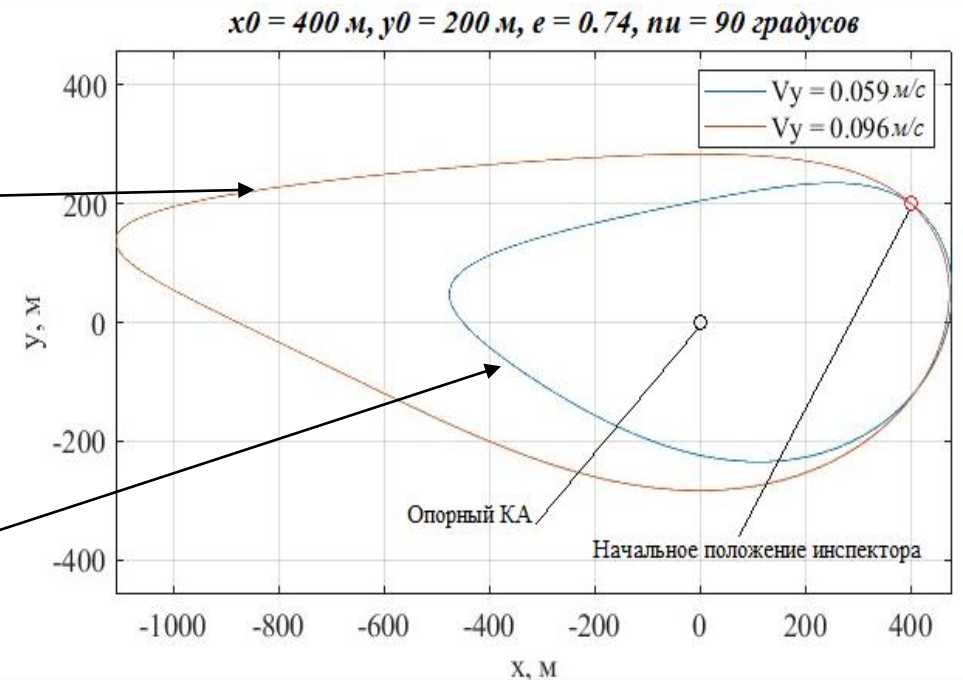


Рисунок 14 – Формирование инспекционных траекторий

В процессе исследования было выявлено, что на инспекционную траекторию влияют следующие параметры:

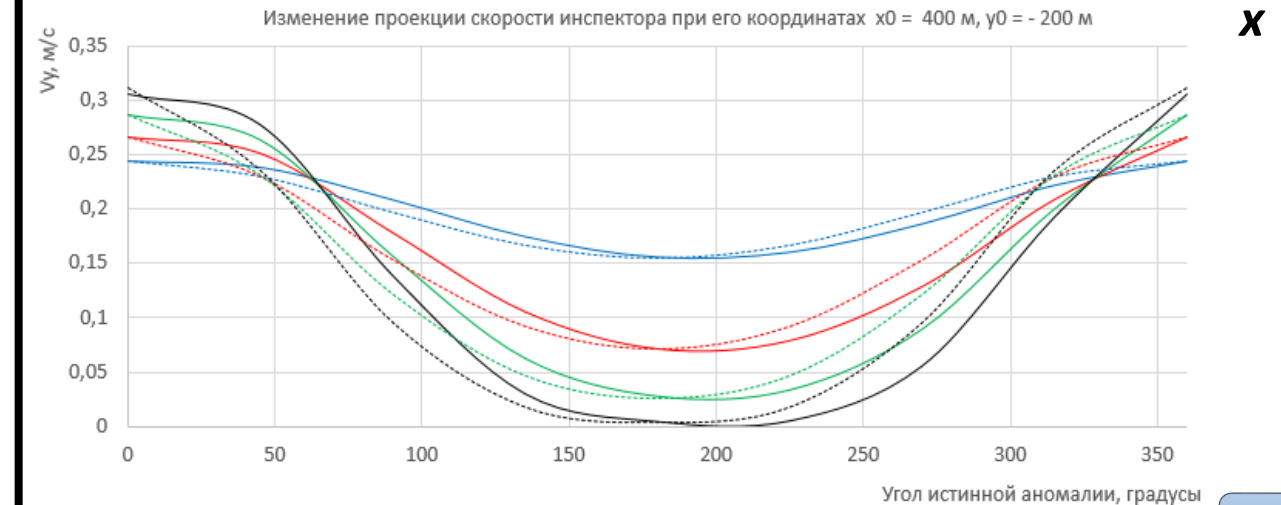
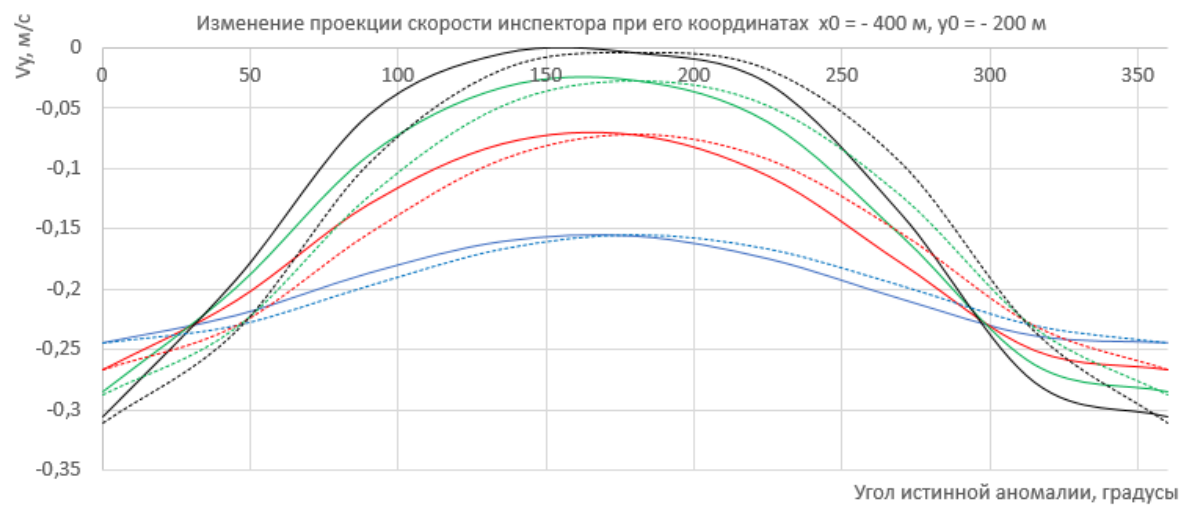
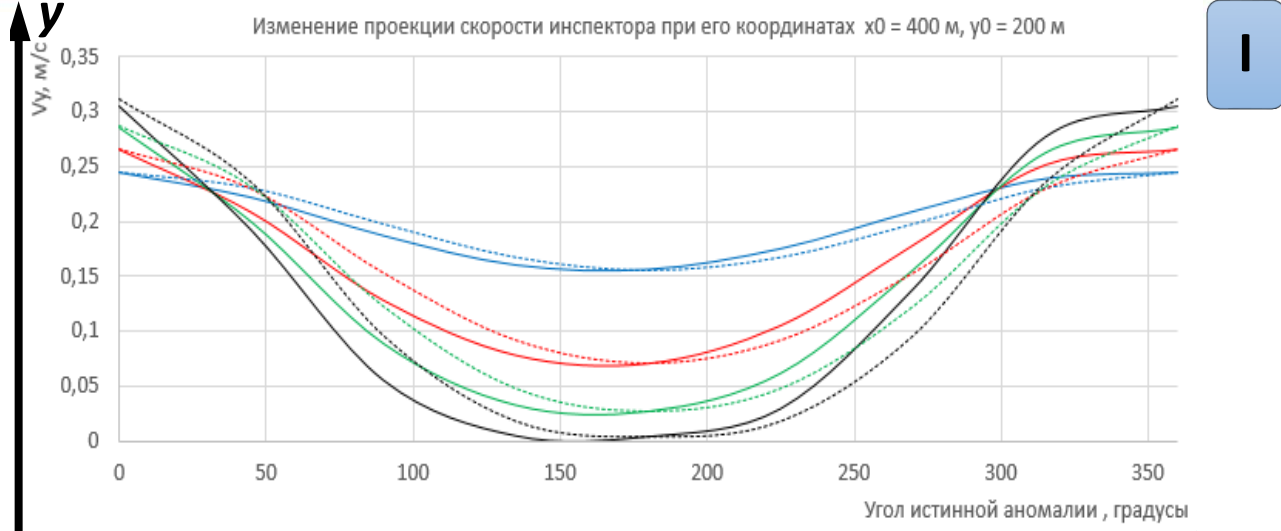
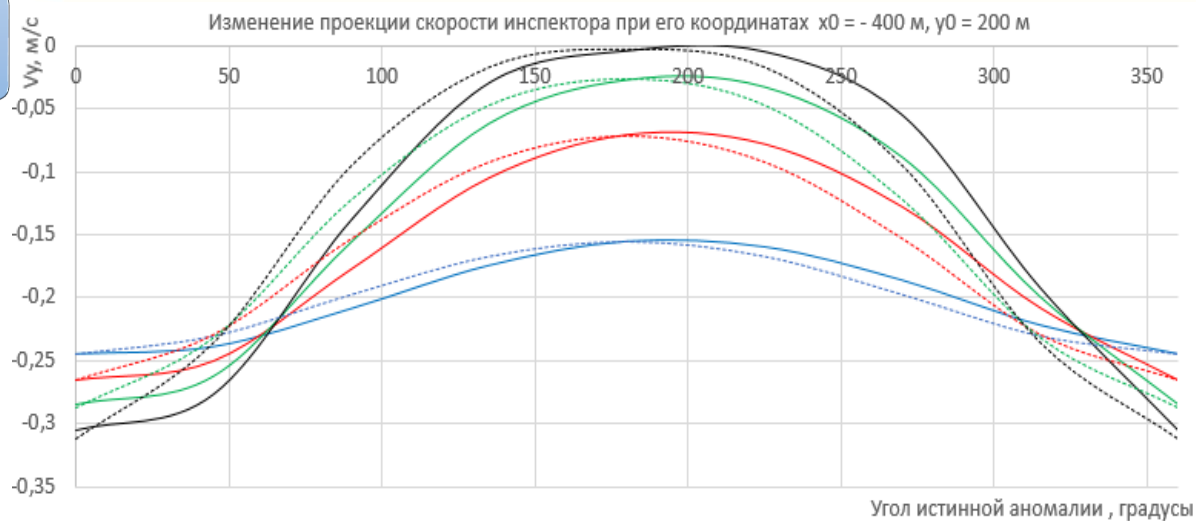
Эксцентриситет орбиты опорного аппарата

Положение опорного аппарата на орбите

Положения инспектора относительно опорного КА



Влияние параметров орбиты опорного КА на начальную проекцию скорости инспектора при формировании инспекционной траектории



- $e = 0.11$
- $e = 0.31$
- $e = 0.53$
- $e = 0.80$
- - - $e = 0.11$ (Условие Хилла)
- - - $e = 0.31$ (Условие Хилла)
- - - $e = 0.53$ (Условие Хилла)
- - - $e = 0.80$ (Условие Хилла)



Частный случай расположения инспектора в плоскости орбиты

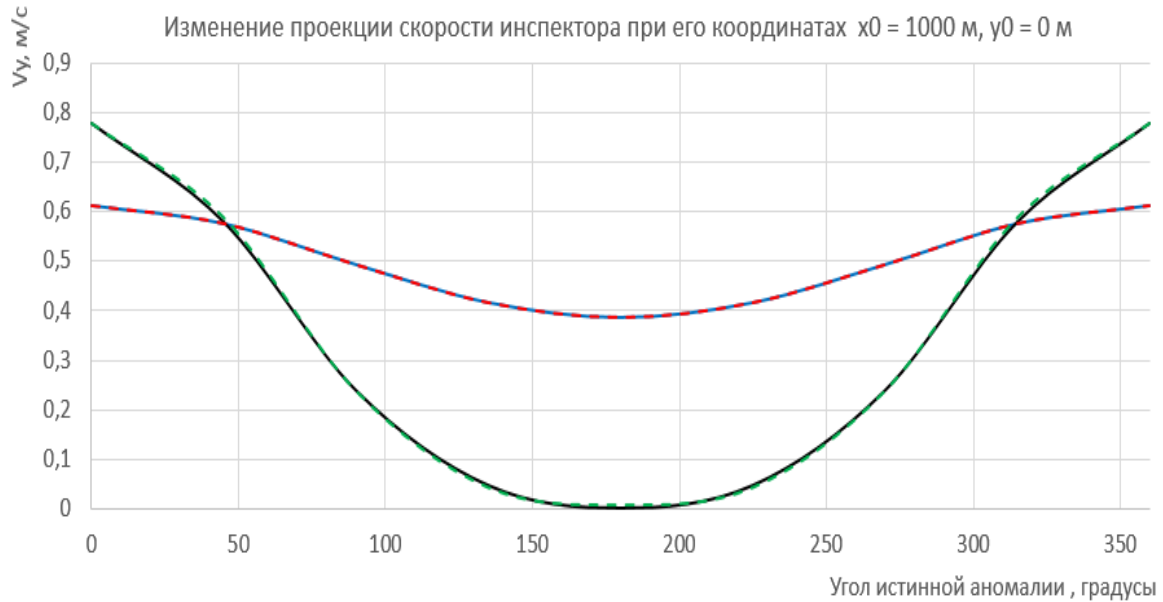


Рисунок 15 – Изменение проекции скорости инспектора при его расположении на оси абсцисс

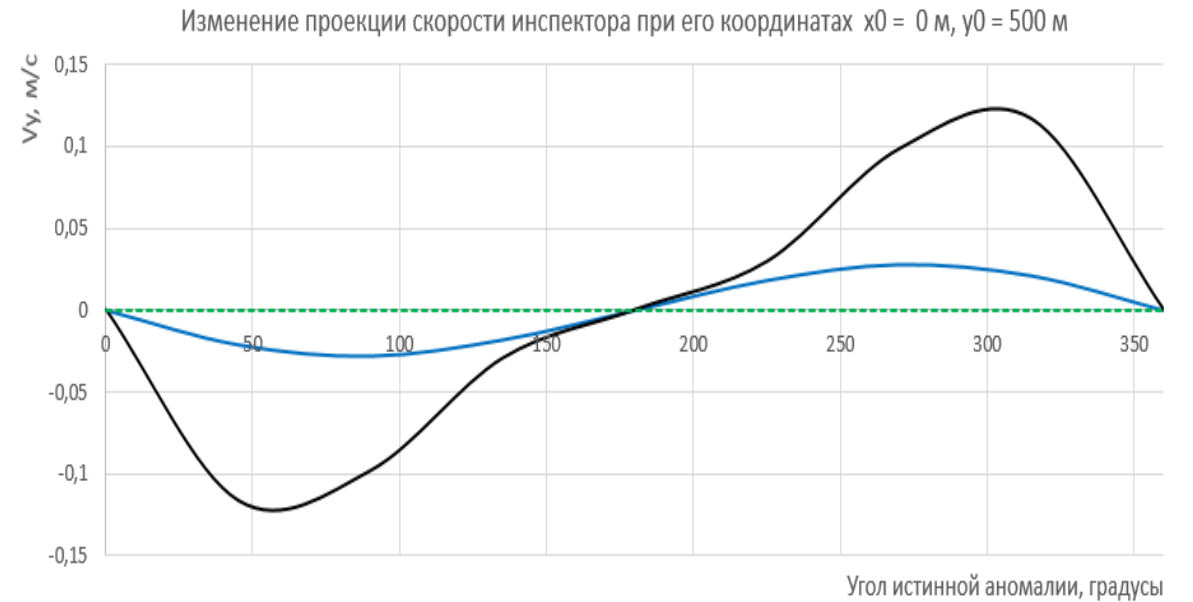


Рисунок 16 – Изменение проекции скорости инспектора при его расположении на оси ординат

— $e = 0.11$ — $e = 0.80$ - - $e = 0.11$ (Условие Хилла) - - $e = 0.80$ (Условие Хилла)



Условие применимости формулы Хилла

Для определения области применимости формулы Хилла, необходимо задать допустимую погрешность от величины большой полуоси идеального эллипса, который бы получился, проходя через данную точку (x, y) .

Допустимая погрешность не должна превышать 5% от большой полуоси $a_{и}$.

$$d_{max} = (a_{и} \cdot 0.05) + a_{и}$$

Условие применимости формулы Хилла

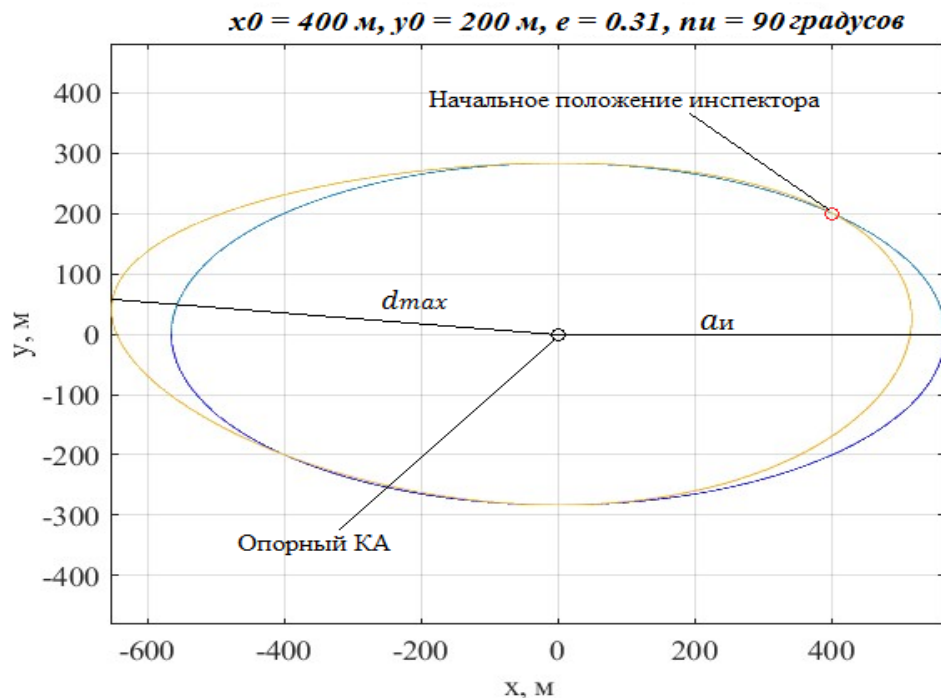


Рисунок 17 – Идеальный эллипс(синим цветом) и реальная инспекционная траектория(желтым цветом)

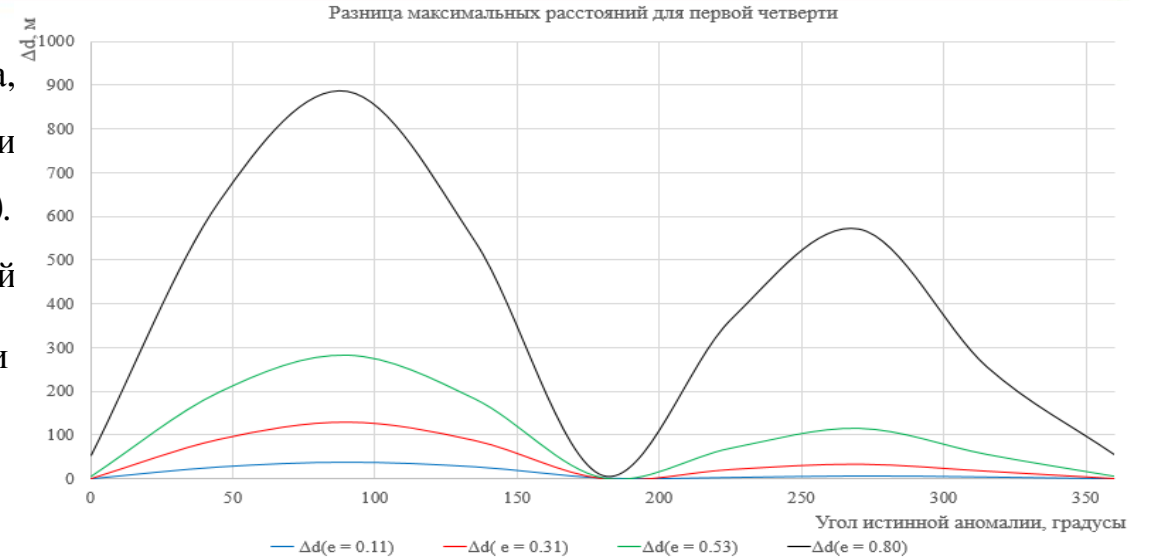


Рисунок 18 - Разница максимальных расстояний для первой четверти

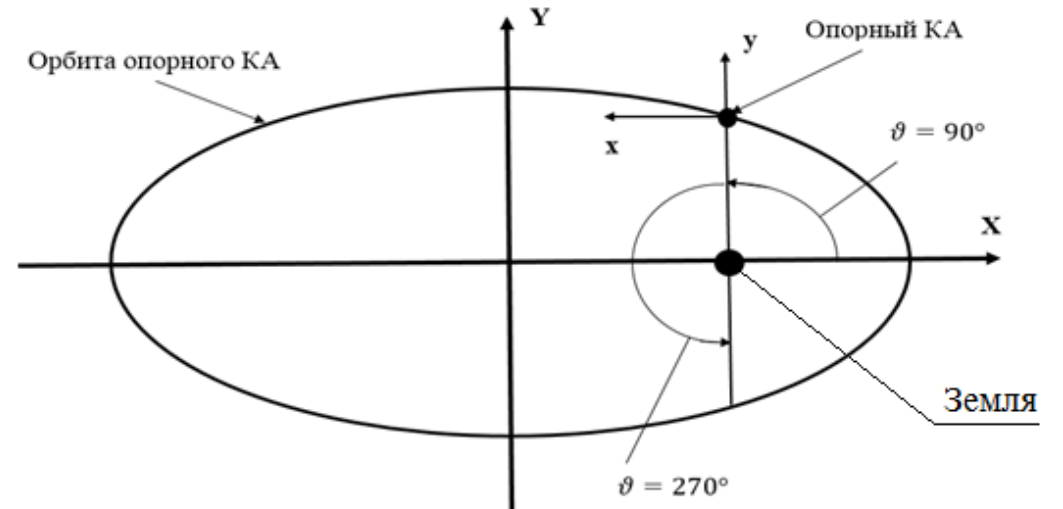


Рисунок 19 – Положение опорного аппарата на эллиптической орбите



Определим область применения аналитической формулы Хилла .

Большая полуось эллипса из определения инспекционной траектории:

$$a_{и} = \sqrt{x_{и}^2 + 4 \cdot y_{и}^2}$$

Область применения не должна превышать 5% от $a_{и}$, а именно значение:

$$d_{max} = (a_{и} \cdot 0.05) + a_{и}.$$

По результатам расчета гарантированная область применимости аналитической формулы Хилла при любом положении инспектора составила:

$$e \leq 0,091$$

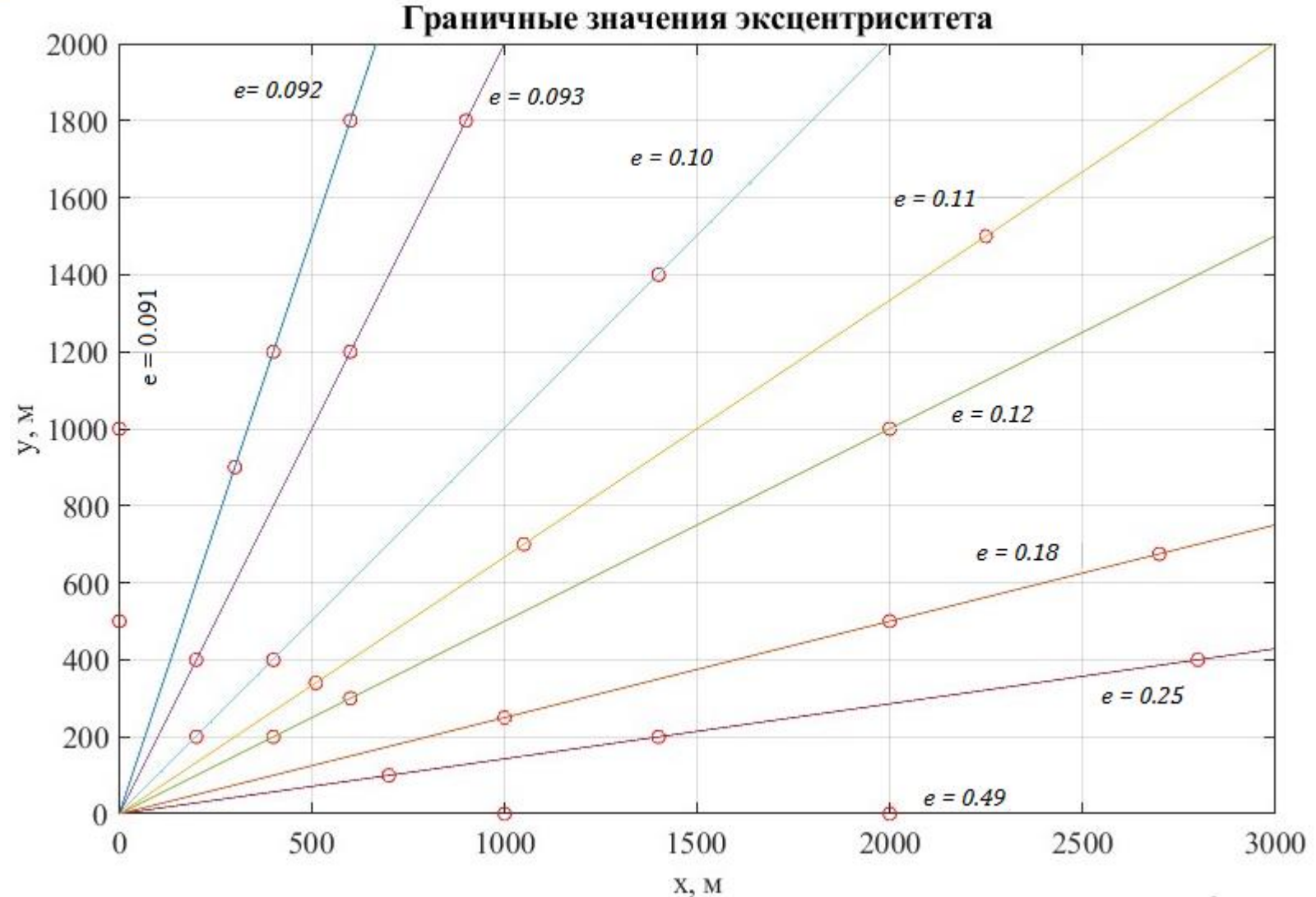


Рисунок 19 – Граничные значения эксцентриситета



В результате работы выполнены следующие задачи:

- ✓ Разработан алгоритм формирования инспекционного движения для круговых орбит опорного аппарата.
! В качестве дополнительного результата рассмотрен случай некомпланарной орбиты.

- ✓ Разработан алгоритм формирования инспекционного движения для эллиптических орбит опорного аппарата.
! В качестве дополнительного результата предложено уточнённое определение инспекционного движения, которое учитывает эллиптические орбиты опорного КА.

- ✓ Проведено аналитическое исследование влияния параметров орбиты опорного космического аппарата на инспекционную траекторию. Получена гарантированная область значений эксцентриситета орбиты опорного КА ($e \leq 0,091$), при которой погрешность применимости формулы Хилла не превышает 5%.
! В качестве дополнительного результата рассмотрено влияние начального положения инспектора относительно опорного КА.



SAMARA UNIVERSITY

**БЛАГОДАРЮ ЗА
ВНИМАНИЕ!**